Kenneth J. Arrow

MATEMATIČKI MODELI U DRUŠTVENIM NAUKAMA

I. KORISNOST MATEMATIČKOG REZONOVANJA

Uobičajena je primedba među istraživačima u oblasti društvenih nauka da matematika, bez obzira koliko je od koristi u prirodnim naukama, ne može da igra značajnu ulogu u razvoju društvenih nauka, jer se proučavane pojave u ove dve oblasti donekle razlikuju – „ljudska bića ne podležu zakonu matematike". Istraživač u oblasti društvenih nauka koji pomnije razmišlja o ovoj temi, možda će dodati da je matematička analiza kvantitativna, dok njegova oblast iziskuje kvalitativnu analizu. Nesumnjivo će priznati da se određene elementarne činjenice numeričkog karaktera mogu izraziti tabelarno (npr. raspodela dohotka ili populacije), i obično će priznati da je, u pojedine svrhe, moguće dopustiti sabiranje kolone u tabeli. Uprkos tome, smatra se da su rasuđivanje i intuicija sposobnog istraživača u društvenim naukama fundamentalno od veće koristi nego matematičke formule zasnovanim na kvantitativnim opservacijama.

Kod matematičara ili pojedinca obrazovanog u duhu savremene matematike, ovakav stav se, po svoj prilici, ne zasniva ni na čemu dubljem od pukog nerazumevanja. „Matematika je jezik", rekao je američki fizičar Gibs. Ako je to tačno, tada svaka logična propozicija može da se izrazi u odgovarajućem matematičkom obliku, i svaka generalizacija o društvenom ponašanju može matematički da se formuliše. U ovom smislu, matematika se od ostalih jezika koje obično koristi istraživač u društvenim naukama razlikuje prvenstveno po svojoj većoj jasnoći i konsistentnosti[1]. Nadalje, jednostavno nije tačno da je matematika korisna samo u kvantitativnoj analizi. Mnoge grane matematike – naročito one s kojima je prosečni pojedinac najbolje upoznat, recimo, algebra i infinitezimalni račun – nesumnjivo su kvantitativne po karakteru. Ali, čitava oblast matematike ili

---

* Izvor: „Mathematical Models in the Social Sciences", 1951, in Lerner and Lasswell, editors, *Policy Sciences.*

1 Učenje po kome matematika predstavlja superiorni jezik potiče još od Lajbnica. U matematici je sve oblike logičkog rezonovanja počeo da koristi Džordž Bul (George Bull), a nastavili su Čarls S. Pirs Charles S. Peirce), Gotfrid V. Frege (Gottfried W. Frege) i Bertran Rasel (Bertrand Russell). Videti B. Raselov *Introduction to Mathematical Philosophy* (1920). Najbolji elementarni prikaz trenutnog stanja matematičke logike nalazimo u radu Alfreda Tarskog, *Introduction to Logic* (1941).

simboličke logike isključivo je kvalitativna. Ovakva pitanja možemo da formulišemo na sledeći način: da li dešavanje jednog događaja uvek implicira dešavanje nekog drugog događaja? Da li je nemoguće da se oba događaja dese? Ti događaji mogu da budu isključivo kvalitativnog karaktera, kao što je prisustvo ili odsustvo karakteristika u nekoj kulturi. Moramo, nadalje, primetiti da svako proučavanje, pa i proučavanje zasigurno kvalitativnih pojava, mora karakterisati kvantitativni aspekt; ukoliko shvatimo da ćemo retko biti u stanju da ustvrdimo univerzalno važeće zakone o odnosu između različitih osobina, želećemo da se zapitamo u kom udelu posmatranog fenomena će se dve posmatrane pojave pojaviti zajedno, tj. koja je verovatnoća njihove koegzistencije? Mendelova teorija nasleđa predstavlja prototip transformacije kvalitativne u kvantitativnu analizu preko računanja verovatnoće[2]. Naravno, jasno je i da se isto može reći i za kvantitativne kao i za kvalitativne pojave kod proučavanja društvenih sila. Da bismo stekli razumevanje o nekoj zajednici, nesumnjivo je da moramo biti upoznati s njenim religioznim i društvenim uverenjima, ali i sa njenom raspodelom dohotka prema zanimanjima i prpadništvu društvenoj klasi, kao i delom resursa koji se odvaja za različite društvene i individualne potrebe.

Konačno, argument da samo uvežbana intuicija može da dovede do validne društvene analize matematičar odbacuje kao beznačajan. Ukoliko je intuicija istraživača pouzdana, rezultiraće istim rasuđivanjima svaki put kad se suoči sa istim skupom činjenica. Ali, svaka takva jedinstvena analogija može uvek da se prikaže kao matematički odnos dovoljno komplikovanog oblika. Odatle sledi da svako intuitivno znanje može uvek da se svede na matematički oblik. Pored toga, postoji i opšta pretpostavka da naučno saznanje treba da bude generalno validno i prenosivo, što znači i da može da se izrazi na nekom objektivnom, konzistentnom jeziku.

Ovi argumenti deluju logički nepobitno, a ipak, van područja ekonomije, matematički i simbolički metodi malo su korišćeni. Čak i u ekonomiji, samo mali broj teoretičara koristi bilo šta što je komplikovanije od elementarnog oblika računanja. Kako da objasnimo činjenicu da istraživači u društvenim naukama nisu u praksi prihvatili teorijski superiorniji jezik matematike? Jednostavna činjenica da žele da se klone tako teškog predmeta kao što je matematika može se u najboljem slučaju smatrati samo delimičnim objašnjenjem. Oduvek je postojao

2 Ovde je zanimljivo napomenuti da savremena teorija statističkog zaključivanja od fundamentalnog značaja za svaku kvantitativnu analizu u društvenim naukama duguje svoj začetak interesovanjima Fransisa Galtona (Francis Galton) i Karla Pirsona (Karl Pearson) za probleme nasleđa i evolucije. U narednim odeljcima detaljnije ćemo se baviti značajem zakona verovatnoće u društvenim naukama.

dovoljan broj matematičara zainteresovanih za društvene nauke koji bi superiornost matematike učinili očiglednom da ona zaista predstavlja bolje sredstvo.

Mora da postoji greška u gore iznetim argumentima u prilog korišćenja matematičkih metoda u društvenim naukama; najvažnija se krije u tvrdnji da svaka propozicija „može" da se izrazi u matematičkom obliku. Ta tvrdnja je nesumnjivo tačna ako smatramo da, u nekom platonskom smislu postojanja, postoji matematički izraz svake iznete propozicije, ali ona nije tačna ako hoćemo njome da kažemo da konkretni matematički izraz može da se predstavi unutar oblasti trenutno postojeće matematičke teorije. Svaki matematičar shvata neznatnost celokupnog, potencijalno dostupnog, matematičkog znanja kojim trenutno zaista raspolažemo[3]. Kad se suoči s matematičkim sistemom osmišljenim da bude model stvarnosti, „učeni" istraživač u društvenim naukama obično reaguje tvrdnjom da je takav sistem „previše pojednostavljen", da „ne predstavlja svu kompleksnost stvarnosti". U stvari, takav istraživač hoće da kaže da je simbolički jezik na kojem je izražen matematički model suviše manjkav da bi preneo sve nijanse značenja koje on može da ima na umu. Šta se dešava? Upravo dvosmislenost i konfuzija uobičajenog govora dovodi do bogatstva značenja koje, kod istraživača u društvenim naukama, prevazilazi ograničene resurse matematike, u kojoj svaki simbol ima samo jedno značenje. Zato ne predstavlja iznenađenje da se, u ovom pogledu, društvene i prirodne nauke razlikuju. Jezik je sam po sebi društvena pojava, i višestruka značenja njegovih simbola verovatno su pogodnija za opis društvenih pojmova nego za one koji se odnose na neživi svet. Nadalje, empirijsko iskustvo na kojem se zasniva razumevanje pojedinca o društvenom svetu u velikoj meri se sastoji iz simboličkih izraza drugih pojedinaca; pojedinac je u stanju da direktno razume te izraze, jer je i sam deo društvenog sveta koji posmatra[4]. Takvo razumevanje neizbežno se ostvaruje na uglavnom nesvesnom nivou koji ne podleže matematičkom izražavanju (što je, zasigurno, najviši oblik svesti). Upravo su u oblasti ekonomije, gde se proučavani pojedinci bave relativno veoma svesnim računskim operacijama, matematički metodi imali najviše uspeha.[5]

3 Razmotrimo sledeću, naizgled jednostavnu, tvrdnju: svaki paran broj predstavlja zbir dva neparna osnovna broja (osnovni broj je broj deljiv samo samim sobom i brojem 1). Nije poznat izuzetak od ove tvrdnje, pa ipak, ona nije generalno potvrđena. Ovo je poznato pod imenom Goldbahov problem i potiče iz XVIII veka.

4 To je istakao Frenk H. Najt (Frank H. Knight) u radu „The Limitations of Scientific Method in Economics", u *The Ethics of Competition and Other Essays* (1935), str. 105-47.

5 Zasluge za prvo značajno korišćenje matematike u ekonomiji pripadaju velikom francuskom ekonomisti Ogistenu Kurnou (Augustine Cournot), koji je 1838. objavio svoj rad *Recherches sur les principes mathematiques de la theorie des richesses*. Njegov rad je uglavnom zanemaren. Tek je prilog V. Stenlija Dževonsa (W. Stanley Jevons) u knjizi *The Theory of Political Economy* (1871), a naročito prilog Leona Valrasa (Leon Walras) u *Elements d'economie politique pure*

Tačno je, dakle, da postoje izvesna ograničenja kad je reč o korišćenju matematičkih modela u društvenim naukama. Uprkos tome, mora se insistirati na tome da su dobre strane njihovog korišćenja podjednako očigledne i da zbog njih vredi u izvesnoj meri izgubiti na realizmu. Kao *prvo*, jasnoća mišljenja je još uvek od neprocenjivog značaja. Konkretno, mnoštvo vrednosti koje imaju verbalni simboli može da predstavlja veliki nedostatak pri izvlačenju logičkih posledica neke propozicije. Razmotrimo, na primer, sledeći verbalni argument: (a) Ako su cene visoke, ljudi će kupovati manje; kad ljudi kupuju manje, proizvođači proizvode manje, jer teže da proizvode samo ono što mogu da prodaju; dakle, visoke cene su posledica niske proizvodnje. (b) Ako su cene visoke, proizvođači će proizvoditi više, jer im je to profitabilnije; dakle, visoke cene su posledica visoke proizvodnje. Na verbalnom nivou, oba argumenta su ubedljiva; ipak, očigledno je da ne mogu oba da budu validna. Pokušajmo da izolujemo postulate ova dva argumenta i da ih prikažemo simbolički. Neka x_1 označi količinu koju će ljudi kupiti, x_2 količinu koju će proizvođači proizvesti, a sa p označimo cenu. Prema prvom argumentu, x_1 je opadajuća funkcija cene, tj. $x_1=f(p)$; a $x_1=x_2$. Prema drugom argumentu, x_2 je rastuća funkcija cene, $x_2=g(p)$. Sada imamo tri jednačine sa tri nepoznate; dakle, uopšteno govoreći, ne postoji nekonzistentnost, jer sve tri jednačine istovremeno određuju x_1, x_2 i p. Ti odnosi izražavaju ponašanje potrošača, odnosno tržišta, odnosno proizvođača. Sve dotle dok se ne promeni bilo čiji obrazac ponašanja, vrednosti x_1, x_2 i p ostaće konstantne. Neće se postavljati pitanje da li ponuda varira direktno ili obrnuto proporcionalno sa cenom, jer se ni ponuda ni cena ne menjaju. Pretpostavimo, međutim, da se ukus potrošača promeni, tako da se $f(p)$ promeni u neku drugu funkciju, recimo $f_1(p)$. Da bismo dobili vrednosti x_1, x_2 i p, morali bismo da rešimo novi sistem simultanih jednačina, $x_1=f_1(p)$, $x_1=x_2$, $x_2=g(p)$. Obratite pažnju da rešenja x_1', x_2', p' za ovaj sistem jednačina zadovoljavaju uslove da $x_2'=g(p')$. Dakle, ako je p' veće od p, x_2' biće veće od x_2. Ako, dakle, imamo niz opservacija u kojima ukusi potrošača variraju a uslovi proizvodnje, izraženi sa $g(p)$, ostaju isti, cene i proizvodnja pomeraće se zajedno. S druge strane, ukoliko su ukusi potrošača konstantni a uslovi proizvodnje varijabilni, visoke cene biće u vezi s niskom proizvodnjom. Dakle, matematičkim simbolizmom rešava se prividna kontradikcija između dva argumenta i pokazuje se kad je svaki validan.

(1952), skrenuo pažnju ekonomista na moć matematičkih modela. Trenutno stanje matematičke ekonomije najbolje je rezimirao Pol A. Semjuelson (Paul A. Samuelson) u *Foundations od Economic Analysis* (1947); Detaljniji prikaz oblasti užih od onih u Semjuelsonovom radu videti i u J. R. Hicks, *La theorie mathematique de la valeur en regime de libre concurrence* (1937) i *Value and Capital* (1939), a naročito Matematički dodatak. Ova dela, međutim, ne obuhvataju dobar deo značajnih radova objavljenih u raznim ekonomskim časopisima, posebno u časopisu *Econometrica*.

Osim problema jasnoće logičkog zaključivanja, postoji još jedno metodološko pitanje u vezi s formulisanjem teorijskih modela: problem induktivnog zaključivanja. Do sada je već opšte poznato u naučnoj metodologiji da ako je teorija bez empirijskih dokaza nepouzdana, onda je empirijsko istraživanje bez teorijske zasnovanosti neplodno. Teorija statističkog zaključivanja, ona koju su poslednjih godina razvili Džerzi Nejman (Jerzy Neyman), Egon S. Pirson (Egon S. Pearson) i Ejbraham Vold (Abraham Wald) na osnovu ranijeg rada R. A. Fišera (R. A. Fisher) i Karla Pirsona (Karl Pearson), upravo predstavlja matematički izraz logike indukcije. Ona je jasno pokazala kako optimalni statistički metodi kritično zavise od pretpostavljenog matematičkog modela[6]. Izvođenje statističkih metoda prikladnih za zaključivanje unutar datog teorijskog modela obično iziskuje poprilično visok nivo matematike[7]. Da bismo uopšte započeli izvođenje, neophodno je teorijske pretpostavke izraziti u simboličkom obliku. Odatle je i *drugi* argument, pored onog koji se odnosi na veću jasnoću mišljenja, u prilog eksplicitnom formulisanju teorija u matematičkom obliku, posledica mogućnosti primene ogromnih resursa savremene teorijske statistike kao dopunskog postupka empirijske verifikacije.

Gornje napomene u vezi s ograničenošću našeg trenutnog znanja matematike važe i u ovom slučaju. Nažalost, tačno je da je veoma lako formulisati teorijske modele u kojima utvrđivanje optimalnih statističkih metoda rezultira matematičkim problemima koji nisu rešeni; u drugim slučajevima, rezultirajući problemi mogu se rešiti u principu, ali matematički proračuni koji su potrebni za pronalaženje rešenja u svakom datom slučaju mogu nepraktično dugo da potraju[8]. I ovde je neophodno pribeći pojednostavljenju. Uobičajeni postupak je da se primeni matematički izvodljiva teorija, najsličnija onoj željenoj, i upotrebi kao osnova za izvođenje statističkih metoda. Na primer, u teorijskim modelima u ekonomiji i biologiji često se iznosi pretpostavka da postoji neka linearna kombinacija promenljivih s normalnom raspodelom. Pretpostavke o normalnosti i li-

6 Naravno, koncept „optimalnog" uvek zavisi od vrednosnog sistema. Kao što ćemo kasnije videti, ovom tvrdnjom u tekstu ne želimo da impliciramo da su sve filozofske teškoće u teoriji indukcije u potpunosti rešene. Možemo, međutim, u razumnoj meri biti sigurni da će optimalni metodi, kako god ih definisali, za izbor između alternativnih teorija na osnovu datih empirijskih dokaza, kritično zavisiti od teorijske zasnovanosti istraživanja, tj. od čitavog niza teorija koje se smatraju dovoljno uverljivim da bi bile deo skupa unutar kojeg se vrši izbor.

7 Nivo matematike potreban u savremenoj statističkoj teoriji može se videti u radovima poput Harald Cramer, *Mathematical Methods of Statistics* (1946).

8 Na primer, pokušaj da se statistički ocene ekonomski zakoni kojima se upravlja velika savremena zemlja na bazi relativno jednostavnog modela (recimo, nekoliko stotina jednačina), na najboljim mašinama za računanje koje su nam sada dostupne može da potraje narednih pet stotina do hiljadu godina.

nearnosti uvode se prvenstveno zbog relativne matematičke jednostavnosti izvođenja optimalnih metoda ocenjivanja i testova značajnosti.[9]

U Odeljku II, razmotrićemo pojedinačno neke alternativne mogućnosti kod predloženih vrsta matematičkih modela. U Odeljku III, detaljno ćemo ispitati jedan predloženi model, „teoriju „igara" društvenog ponašanja koju su izložili Džon fon Nojman (John von Neumann) i Oskar Morgenštern (Oscar Morgenstern). U Odeljku IV ćemo u kraćim crtama izložiti neke druge predložene matematičke teorije društvenih nauka. Na kraju, u Odeljku V, izložićemo neka novija veoma značajna otkrića u metodologiji empirijskog rada na osnovu teorijskih modela. Mada ćemo se često pozivati na literaturu o savremenoj ekonomskoj misli, ipak ćemo naglasak staviti na one delove koji imaju širu primenjivost u društvenim naukama.

II. NEKE KLASIFIKACIJE MODELA

1. INDIVIDUALISTIČKO NASUPROT KOLEKTIVISTIČKOG STANOVIŠTA

U većini matematičkih i, uopšte, u većini deduktivnih istraživanja u oblasti društvenih nauka, polazna tačka je ponašanje pojedinca. Smatra se da se svaki pojedinac ponaša na način koji je delimično određen njegovim psihološkim i fizičkim okruženjem, a delimično postupcima drugih pojedinaca. Ako postoji n pojedinaca, postupke pojedinca i možemo da označimo sa A, a nedruštvene determinantne njegovog ponašanja sa P_i. Tada postupci prvog pojedinca mogu da se opišu simboličkom jednačinom

$$A_1 = f(P_1, A_2, \ldots, A_n). \qquad (1)$$

Za svakog pojedinca postoji jedna takva jednačina. Zajedno, one čine n jednačina sa n promenljivih $A_1, \ldots, A_n$. Uopšteno govoreći, te jednačine mogu da se reše i izraze postupke svih pojedinaca na osnovu podataka $P_1, \ldots, P_n$.[10] Dakle, na osnovu reakcije svakog pojedinca u odnosu na njegovo celokupno okruženje (društveno ili neko drugo), izražene odnosima tipa (1), i na osnovu datih nedru-

9 Naravno, postoje i drugi razlozi široko rasprostranjenog korišćenja normalne raspodele, a naročito Centralna granična teorema, po kojoj će, pod izvesnim opštim uslovima, zbir velikog broja nezavisnih promenljivih, od kojih svaka predstavlja mali deo celine, biti normalno raspodeljen. Videti, na primer, Harald Cramer, *Random Variables and Probability Distributions* (1937).

10 Činjenica da postupci A_i možda ne mogu da se predstave pojedinačnim brojevima ne menja validnost principa da je, uopšteno govoreći, dovoljno n jednačina da bi se odredilo n nepoznatih.

štvenih faktora okruženja, koje možemo nazvati *egzogenim*, možemo da odredimo ponašanje društva u smislu da možemo da odredimo ponašanje svakog pojedinca u društvu.

Ovakvo individualističko stanovište, kako ga možemo nazvati, eksplicitno je izraženo u glavnoj tradiciji ekonomske misli, a u potpunosti prihvaćeno u teoriji igara fon Nojmana i Morgenšterna. Izgleda da je prihvaćeno i od strane drugih teoretičara o čijim ćemo radovima kasnije govoriti, mada se čini da se Žorž Zipf (George Zipf) povremeno poziva na zakone ponašanja društva u celini. Ovakvo individualističko stanovište nedavno je doveo u pitanje Rutlidž Vajning (Rutledge Vining) tokom metodološke rasprave sa Tjalingom C. Kupmansom (Tjalling C. Koopemans)[11]. Vajning je rekao sledeće: „Smatram da, u pozitivnom smislu, agregat postoji nezavisno od postojanja Kupmansovih pojedinačnih jedinica i karakteristika ponašanja, koji ne mora da se izvede iz ponašanja ovih sastavnih delova."[12] Ako ga shvatimo bukvalno, ovaj stav deluje neodbranjivo. Kao što ističe Kupmans, potpuna karakterizacija ponašanja svakog pojedinca logički implicira znanje o ponašanju grupe; ne postoji ništa što se izostavlja[13]. Odbacivanje organističkog pristupa društvenim problemima do sada se uglavnom sastojalo iz, po mom mišljenju, poučnog odbacivanja misticizma. Ali, kao i obično kad je reč o ovakvim problemima, nešto se mora reći barem o mogućnosti kolektivističke osnove teoretisanja o društvu, ukoliko se ne ona shvati previše bukvalno. Veliki deo našeg površnog posmatranja i veliki deo validnijih statističkih podataka kojima raspolažemo odnosi se na grupe a ne na pojedince. Zato je moguće da budemo navedeni na generalizovanje i formiranje teorije čiji je predmet ukupno ponašanje grupe. Sve dotle dok se shvata da je takva teorija posledica određenih, još uvek neanaliziranih, zakona individualnog ponašanja, neće biti učinjena nikakva šteta, a veća prikladnost primene empirijske analize na grupe biće od velike koristi.

U stvari, čak i u ekonomiji, jedinica teorije proizvodnje nije pojedinac već preduzeće, koje predstavlja funkcionalnu organizaciju pojedinaca. Slično tome,

11 Rutledge Vining, „Koopmans on the Choice of Variables to Be Studied and of Methods of Measurement", *Review of Economics and Statistics*, XXXI (1949), 77-86. Videti i Tjalling C. Koopmans, „A Reply", *Review of Economics and Statistics*, XXXI (1949), 86-91; Rutledge Vining, „A Rejoinder", *Review of Economics and Statistics*, XXXI (1949), 91-94. Vajningov prvi rad predstavljao je kritiku ranijeg Kupmansovog rada pod naslovom „Measurement Without Theory", *Review of Economics and Statistics*, XXIX (1947), 161-72. Kupmansov rad, pak, bio je prikaz knjige Artura F. Bernsa (Arthur F. Burns) i Veslija C. Mičela (Wesley C. Mitchell), *Measuring Business Cycles* (1946).

12 Vining, „Koopmans on the Choice of Variables to Be Studied and of Methods of Measurement", p. 81.

13 Koopmans, „A Reply", pp. 86-87.

jedinica teorije potrošnje u stvari je domaćinstvo, a ne pojedinačni potrošač. U empirijskoj ekonomiji, istraživač je obično prinuđen da, po prirodi podataka kojima raspolaže, koristi kolektivistički zasnovan model. Prema Kejnzovoj teoriji, potrošnja neke zajednice predstavlja rastuću funkciju ukupnog dohotka te zajednice. Kao empirijska jednačina, ovo je tvrdnja o ponašanju grupe, a ne o ponašanju pojedinca[14]. Slične primedbe važe i u slučaju svih makroekonomskih modela osmišljenih kao osnov empirijskog istraživanja, u kojima se promenljive dobijaju agregiranjem ponašanja mnogih pojedinaca.[15] One važe čak i u slučaju mnogih modela konstruisanih u svrhu teorijske analize. Različiti prikazi kejnzijanskih teorija u matematičkom obliku podrazumevaju funkcionalne odnose između veličina koje ne mogu da se poistovete s ponašanjem bilo kog pojedinca.[16]

Ekonomisti obično smatraju da bi ovi makroekonomski modeli bili opravdani na osnovu neke individualističke teorije ukoliko bi se date agregatne veličine definisale na osnovu veličina koje odgovaraju pojedincima. Problem nalaženja takvih definicija, generalno poznat kao *problem agregiranja*, privukao je određenu pažnju poslednjih godina. Zbog karaktera ove diskusije, koja je istovremeno i tehnička i nerešena, tim problemom se ovde nećemo baviti. Ali, jedan metodološki princip jasno proističe: da bismo dobili korisnu teoriju odnosa između agregata, neophodno je da oni budu definisani na način izveden iz teorije individual-

14 John Maynard Keynes, *The General Theory of Employment, Interest, and Money* (1936), pp. 89-131. Postoji veliki broj različitih, empirijski izvedenih funkcija potrošnje; videti, na primer, Arthur Smithies, „Forecasting Postwar Demand: I", *Econometrica*, XIII, No. 1. (1945), 1-14; Jacob L. Mosak, „Forecasting Postwar Demand: III", *Econometrica*, XIII, No. 1 (1945), 25-53; i Trygve Haavelmo, „Methods of Measuring the Marginal Propensity to Consume", *Journal of the American Statistical Association*, XLII (1947), 105-22.

15 Jan Tinbergen, *Statistical Testing of Business Cycle Theories* (1939); Lawrence R. Klein, „The Use of Econometric Models as a Guide to Policy", *Econometrica*, XV (1947), 111-51, i *Economic Fluctuations in the United States 1921-1941* (Cowles Commission for Research in Economics, Monograph No. 11 Š1950Ć); Mordecai Ezekeil, „Savings, Consumption, and Investment", *American Economic Review*, XXXII (1942), 22-49, 272-285; i Colin Clark, „A System of Equations Explaining the United States Trade Cycle, 1921 to 1941", *Econometrica*, XVII (1949), 93-124. Sve su ovo pokušaji da se pronađe neki sveobuhvatni sistem jednačina koji će objasniti ciklične fluktuacije u poslovanju. Treba pomenuti i empirijske studije o proizvodnji Pola H. Daglasa (Paul H. Douglas) sa kolegama, čiji su rezultati objavljeni u Daglasovom radu „Are There Laws of Production?" *American Economic Review*, XXXVIII (1948), 1-41. Sve ove studije koriste veličine kao što su ukupna potrošnja, ukupni autput i agregatne investicije; zakoni koji se na njih odnose jesu zakoni ponašanja društva u celini, a samo implicitno zakoni individualnog ponašanja.

16 Oscar Lange, „The Rate of Interest and the Optimum Propensity to Consume", *Economica*, n.s., V (1938), 12-32; John R. Hicks, „Mr Keynes and the 'Classics' – A Suggested Interpretation", *Econometrica*, V (1937), 147-59. Anti-kejnzijanski rad A. C. Pigua (A. C. Pigou), *Employment and Equilibrium* (1941) sledi isti metodološki obrazac u vezi s ovim.

nog ponašanja. Drugim rečima, čak i definiciju takvih veličina kao što je nacionalni dohodak nije moguće formulisati bez prethodnog teorijskog razumevanja odgovarajućih individualnih pojava. Evidentno je i da agregatni model u svoje promenljive mora da uključi i one koje karakterišu raspodelu različitih veličina među pojedincima u društvu; na primer, u funkciju potrošnje mora se, kao dodatna promenljiva, uključiti i neki pokazatelj dohodovne nejednakosti. Ista primedba nesumnjivo važi i za agregiranje u drugim društvenim oblastima.[17]

2. PRINCIP RACIONALNOSTI

Postulat na koji se često nailazi u teorijskoj ekonomiji i drugim društvenim teorijama glasi da ponašanje pojedinca ili grupe može da se opiše rečima da taj pojedinac ili grupa teže maksimiziranju neke količine. Tako u teoriji preduzeća, ekonomista pretpostavlja da pojedinac teži da izabere onaj modus i opseg delovanja koji će mu doneti veći profit od bilo kog drugog mogućeg izbora. U teoriji potrošnje, pretpostavlja se da među svim kombinacijama dobara koje pojedinac može da kupi, on bira onu kombinaciju koja maksimizira njegovu korisnost ili satisfakciju. Ponašanje ove vrste često se naziva racionalnim.

Osnova pretpostavke o racionalnosti je sledeća naizgled prilično uopštena formulacija ponašanja pojedinca u društvenoj situaciji: svaki pojedinac u datom trenutku vremena slobodan je da bira između nekoliko mogućih pravaca delovanja; on odlučuje na osnovu posledica tog delovanja. Opseg delovanja koji mu stoji na raspolaganju i posledice tog delovanja određuju istovremeno i postupci drugih pojedinaca, njegovi sopstveni i tuđi prethodni postupci, i egzogeni faktori. Kraće rečeno, možemo da kažemo da pojedinac može da bira u svakom trenutku između ograničenog raspona posledica u skladu sa svojim ukusima. Prirodno je pretpostaviti da, kako se taj raspon menja, njegovi izbori iz drugih raspona stoje u nekoj vrsti konzistentnog međusobnog odnosa. Konkretno, pretpostavićemo da on vrši isti izbor svaki put kad se suoči sa istim skupom alternativa; nadalje, ako između dve alternative *A* i *B* on izabere *A*, a između dve alternative *B* i *C* izabere *B*, tada je logično pretpostaviti da će, kad se suoči s izborom između *A* i *C*, izabrati *A*. U ovim okolnostima, proces odlučivanja može da se opiše na sledeći način: možemo da zamislimo pojedinca kako, jednom za svagda, ređa sve zamislive posledice svojih postupaka u skladu sa svojim preferencijama; zatim, kad se informiše o izborima koji mu stoje na raspolaganju, on bira onaj koji se nalazi na prvom mestu na njegovoj listi. Ta lista predstavlja njegove uku-

17 Videti Francis W. Dresch, „Index Numbers and the General Equilibrium", *Bulletin of the American Mathematical Society*, XLIV (1938), 139-41.

se, dok su alternative koje mu stoje na raspolaganju ograničene preprekama.[18] Do sada u našoj formulaciji nije postojao nijedan kvantitativni element. Kod određenih problema, naravno, poželjnost različitih pravaca delovanja prirodno se izražava u obliku kvantitativne promenljive, na primer, profit u slučaju preduzeća koje odlučuje o svojim proizvodnim operacijama, ili verovatnoća da će neka zemlja koja odlučuje da povede rat iz njega izaći kao pobednik. Čak i ako u problemu ne postoji prirodna kvantitativna promenljiva, ponekad je za analizu korisno uvesti je veštački, pripisivanjem brojeva svakoj posledici postupaka pojedinca na takav način da će, između dve posledice, veći broj biti pripisan onoj koja se preferira. Takvo pripisivanje brojeva poznato je kao *indeks korisnosti*. Označimo sa x posledice nekog postupka, a sa $U_1(x)$ korisnost koju smo pripisali x na gore opisani način. Tada je $U_1(x_1) > U_1(x_2)$, ako i samo ako pojedinac preferira x_1 u odnosu na x_2. Očigledno je da u pogledu pripisivanja indeksa korisnosti ne postoji ništa jedinstveno, barem unutar do sada postavljenih uslova. Neka $F(u)$ bude bilo koja striktno rastuća funkcija realne promenljive u, tj. ako je $u_1 > u_2$, tada je $F(u_1) > F(u_2)$. Tada, ako definišemo $U_2(x)$ kao $F[U_1(x)]$, jasno je da će $U_2(x)$ takođe poslužiti kao indeks korisnosti.[19]

Prema hipotezi o racionalnosti, dakle, ponašanje pojedinca zavisi od njegovih ukusa – izraženih, recimo, na osnovu indeksa korisnosti – i od prepreka, koje određuju egzogeni faktori, tuđi postupci i, verovatno, prethodni postupci pojedinca i prethodni tuđi postupci. Možemo da kažemo da pojedinac maksimizira svoju korisnost, ali korisnost podleže preprekama. Tako dolazimo do izraza oblika (1) iz gornjeg teksta. Ako pretpostavimo samo da postoji neka funkcija korisnosti na osnovu koje je moguće opisati ponašanje pojedinca na gornji način, nametnuli smo izvesna ograničenja na moguće oblike (1), pošto princip racionalnosti nije čista tautologija; to jest, logički je moguće da pojedinac izabere A u odnosu na B, B u odnosu na C, a ipak da izabere C u odnosu na A.[20] Međutim, stepen tako dobijene restriktivnosti nije visok. Uobičajeno je, u bilo kom primeru, dopuniti opšti princip racionalnosti daljim pretpostavkama o prirodi preferencija o kojima je reč. Na primer, u teoriji potrošačeve tražnje, obično se podrazume-

18 Za ovu formulaciju zaslužan je Vilfredo Pareto, *Manuel d'economie politique* (2nd ed., 1927), pp. 150-79.

19 Treba jasno istaći da promenljiva x ne mora da bude numerička. Posledice nekog postupka mogu da budu situacijia moći ili prestiža, ili stanje religioznog zanosa, baš kao i korpa dobara namenjena potrošnji ili neki iznos novca. Potrebno je samo da između dve date dobro definisane situacije koje su posledica njegovog postupka, pojedinac bude u stanju da kaže da preferira jednu u odnosu na drugu.

20 Diskusiju o opovrgljivim, pa stoga i empirijski značajnim posledicama principa racionalnosti u oblasti tražnje potrošača, videti Paul A. Samuelson, *Foundations of Economic Analysis* (1947), poglavlje V.

va da se preferira više dobara u odnosu na manje, pod uslovom da je sve ostalo nepromenjeno.

U pogledu korisnosti principa racionalnosti pojavile su se neke kritike: (a) Ako se komplikovana priroda opsega mogućih izbora u nekoj realnoj društvenoj situaciji makar i približno uzme u obzir u teorijskom modelu, matematički problemi koje treba rešiti kod maksimiziranja korisnosti postaće izuzetno složeni, i biće teško dobiti jednoznačne rezultate. Ova primedba je često navođena, na primer, protiv Valrasove šeme opšte ravnoteže u ekonomiji. (b) Nema realnog razloga za pretpostavku da je ponašanje pojedinca zaista u skladu s principom racionalnosti. Ovaj argument delimično je povezan s prethodnim; smatra se da, ako je obučenom matematičaru suviše teško da pronađe racionalni izbor, onda zasigurno nije logično pretpostaviti da će neobučeni i nepromišljeni prosečni pojedinac biti u stanju da ga locira[21]. (c) Sama funkcija korisnosti, čak i ako odigra ulogu koja joj je pripisana, vremenom postaje izuzetno nestabilna; dakle, za razumevanje društvenih procesa interesantnije su determinante varijacija u ukusima nego linija kauzalnosti od indeksa korisnosti do konačne odluke[22]. (d) Koncept racionalnosti u društvenoj situaciji poseduje fundamentalnu višeznačnost. Pojedinac će uskoro shvatiti da će njegovi postupci, pored ostalih posledica, promeniti prepreke s kojima se suočavaju drugi, čime će uticati na njihove postupke, a time izmeniti i prepreke koje utiču na njegove izbore. Dakle, na njegove postupke će delimično uticati svest o posledicama koje oni imaju po postupke drugih. Ali, ista tvrdnja važi za svakog drugog pojedinca; tako će se svaki brinuti o uticaju koji njegovi postupci imaju na druge, pa konačno rešenje neće biti moguće.[23]

Do sada nije formulisan nijedan sveobuhvatni princip koji bi opovrgnuo princip racionalnosti. U meri u kojoj formalne teorijske strukture u društvenim naukama nisu zasnovane na hipotezi o racionalnom ponašanju, njihovi postulati su formulisani na način koji možemo nazvati *ad hoc*. Takve propozicije obično su izvedene iz introspekcije ili površne opservacije; ponekad su zasnovane na empirijskim pravilnostima. Naravno, one zavise od intuicije i zdravog razuma istraživača.

---

21 Ovakve i slične primedbe uputio je Ričard A. Lester (Richard A. Lester) u radu „Shortcomings of Marginal Analysis for Wage-Employment Problems", *American Economic Review*, XXXVI (1946), 63-82. Odgovor videti u Fritz Machlup, „Marginal Analysis and Empirical Research", *American Economic Review*, XXXVI (1946), 519-54.

22 Ovaj stav Vajning pripisuje Torstajnu Veblenu (Thorstein Veblen). Videti njegov članak „Koopmans on the Choice of Variables to Be Studied and Methods of Measurement", *Review of Economics and Statistics*, XXXI (1949), 77-86, naročito 82-83.

23 Ova četvrta primedba principu racionalnosti uopšteno je prepoznata u ekonomiji u teorijama oligopola i bilateralnog monopola. Konačno ju je uobličio Oskar Morgenštern u svom radu *Wirtschatsprognose* (1928), str. 98.

Primer ovog pristupa nalazimo kod Luisa F. Ričardsona (Lewis F. Richardson) i njegovog pristupa međunarodnim odnosima[24]. Šta će naterati vladu da poveća stepen naoružanja? Jasno je da će ga povećati ukoliko je naoružanje potencijalnog neprijatelja veće; ali, od povećanja će je odvratiti troškovi. Označimo sa x naoružanje te zemlje, sa y naoružanje potencijalnog neprijatelja, a sa t vreme; neka k i a budu fiksni koeficijenti. Tada bi gornja teorija mogla da se izrazi jednačinom

$$dx/dt = ky - ax. \qquad (2)$$

Slična jednačina važi i za drugu zemlju. One zajedno čine kompletan sistem diferencijalnih jednačina koje, s početnim uslovima i vrednostima koeficijenata, definišu pravac x i y tokom vremena. Ričardson se zatim bavi implikacijama tih rezultata i rezultatima opštijih modela.

Zbog prve i četvrte gore izložene teškoće, teorijska ekonomija, uopšteno govoreći, bila je mešavina *ad hoc* pretpostavki koje ograničavaju opseg principa racionalnosti. Hipoteza o savršenoj konkurenciji otklanja četvrtu teškoću, jer svaki pojedinac pretpostavlja da je njegov efekat na druge pojedince tako mali da on ne može da utiče na njihove postupke. U uslovima monopola, pretpostavlja se da iako jedan pojedinac može da utiče na ostale pojedince, nijedan od tih ostalih nije dovoljno jak da bi na njega uticao. Ponašanje monopoliste podrazumeva da on shvata situaciju, čime ponovo izbegava neizvesnost. U onim slučajevima u kojima ne može da se održi nijedna hipoteza (npr. kod pregovaranja između sindikata i monopolističkog poslodavca, ili u ponašanju industrije u kojoj postoji nekoliko velikih preduzeća), formulisane su i neke komplikovanije *ad hoc* pretpostavke o načinu na koji su pojedinačna preduzeća uzela u obzir očekivane reakcije na svoje postupke kako bi se naposletku problem sveo na jednostavno maksimiziranje.[25]

Jedna primedba na princip racionalnosti, koja u izvesnom smislu predstavlja digresiju, možda je tačna: racionalna teorija uvek ima dvostruko tumačenje. S jedne strane, ona može da se shvati kao opis realnosti u meri u kojoj su pojedinci zaista konzistentni u pretpostavljenom smislu. S druge strane, može da se shvati više kao normativna teorija, koja propisuje šta bi pojedinci trebalo da urade. Tako se teorijska ekonomija koristila da se analizira koje bi bilo optimalno stanje

24 Lewis F. Richardson, *Generalized Foreign Politics* (*British Journal od Psychology*, Monograph Supplement No. 23 [1939]).

25 O različitih mogućim pretpostavkama ove vrste najopsežnije govori Ragnar Friš (Ragnar Frisch) u radu „Monopole, polypole: La Notion de la force dans l'economie", *Nationalekonomisk Tidsskrift* (1933).

ekonomskog blagostanja i kako ga ostvariti[26]. Ova tema „ekonomike blagostanja" nije novijeg datuma, već je stara koliko i sama teorijska ekonomija, ali objašnjenje njenih osnovnih principa predstavljalo je spor proces. Čak i danas postoji nekoliko ozbiljnih nerešenih teškoća, koje se uglavnom javljaju u vezi s problemom poređenja blagostanja različitih pojedinaca u formulisanju koncepta društvenog optimuma.[27] Pošto se ovde bavimo problemima deskriptivne društvene nauke, to pitanje nećemo dalje razmatrati.

Statističko zaključivanje može široko da se shvati kao ponašanje pojedinca pod izvesnim skupom uslova; naime, njemu nisu u potpunosti poznate posledice njegovog ponašanja. Zato možemo da govorimo o racionalnoj teoriji statističkog zaključivanja. Preciznije, statističko zaključivanje može da se definiše na sledeći način: *a priori* je poznato da pravo stanje sveta koje istražujemo pripada jednoj klasi stanja. Biramo uzorak elemenata sveta; raspodela verovatnoće uzorka zavisi od realnog stanja sveta. Statističar zatim mora nešto da preduzme (na primer, da proceni da je neko stanje realno, utvrdi da se to stanje nalazi u nekoj potklasi stanja koje je a priori dato; ili, u industrijskim primenama, da prihvati ili odbaci veliki broj dobara), a posledice tog postupka su funkcija postupka i realnog stanja, koje su povoljne ako je postupak prikladan za realno stanje, a u suprotnom nepovoljne. Pojednostavljenja radi, razmotrimo slučaj u kome je poznato da je realno stanje konačan broj, da su mogući uzorci konačni po broju (na primer, pretpostavimo da smo izabrali uzorak od tri opservacije, od kojih je svaka ili „da" ili „ne", kao u upitniku ili proveri kvaliteta; tada jedan mogući uzorak sadrži „da, da, ne", drugi „ne, da, ne", i tako dalje; ukupno postoji osam mogućih uzoraka), i da je broj postupaka koje statističar može da preduzme konačan. Neka i označi postupak, j realno stanje, k uzorak, p_{kj} verovatnoću posmatranja uzorka k kad je realno stanje j, a r_{ij} gubitak koji će pretrpeti statiustičar ako preduzme postupak i kad je realno stanje j (r_{ij} je malo ili negativno ako je i prikladno za j, u protivnom je veliko). Problem statističara je da izabere funkciju odluke $i(k)$, koja mu govori koji postupak da preduzme za svaki mogući uzorak k. Funkciju $i(k)$ treba izabrati tako da u izvesnom smislu minimizira verovatni gubitak.

Ova formulacija obuhvata sve klasične probleme statistike, pa i više od toga. Na primer, u gornjem primeru, problem ocenjivanja je slučaj kad se postupak sastoji iz imenovanja realnog stanja. Opseg mogućih postupaka je tada isti kao opseg mogućih stanja prirode. Drugi slučaj bio bi onaj sa dva moguća postupka, je-

26 Skorija sistematska izlaganja ove teme mogu se naći u Paul A. Samuelson, *Foundations of Economic Analysis* (1947), pogl. VIII, i Melvin W. Reder, *Studies in the Theory of Welfare Economics* (1947), Delovi I i III.

27 Kenneth J. Arrow, *Social Choice and Individual Values* (1951).

dan koji potvrđuje i jedan koji poriče da je $j = j_0$, gde je j_0 fiksno moguće realno stanje. Ovo je klasični problem testiranja hipoteze.[28]

Ovde je očigledno da imamo problem ponašanja; statističar mora da izabere između različitih mogućih funkcija $i(k)$, a posledice su date, mada ne za izvesnošću, uslovima problema, p_{kj}-ovima i r_{ij}-ovima. Osnove statističkog zaključivanja, sa normativnog stanovišta odgovarajućeg naučnog modela, nisu ništa drugo do primena prikladnog principa racionalnosti na upravo opisani problem. I zaista, videćemo da su Valdovi značajni doprinosi ovoj oblasti u bliskoj vezi sa važnim događajem u razvoju društvene torije, teorijom igara fon Nojmana i Morgenšterna.

Naravno, ta veza između teorijske analize ponašanja i osnova statističkog zaključivanja može da važi i u obratnom smeru. U meri u kojoj se stvarno ponašanje u uslovima neizvesnosti u smislu posledica svakog postupka rukovodi principom racionalnosti, teorija statističkog zaključivanja može da se tumači i kao deskriptivna teorija. Ovo stanovište u ekonomiji naročito je isticao Džejkob Maršak (Jakob Marschak).[29]

---

28 Ovu opštu formulaciju problema statističke odluke dugujemo A. Valdu (A. Wald), „Foundations of a General Theory of Sequential Decision Functions", *Econometrica*, XV (1947), str. 279-313, naročito str. 279-83; i njegovom radu „Statistical Decision Functions", *Annals of Mathematical Statistics*, XX (1949), 165-205, naročito str. 172-73. Elementarniji prikaz ovog problema u manje uopštenom obliku može se naći u Valdovim radovima „Contributions to the Theory of Statistical Estimation and Testing Hypothesis", *Annals of Mathematical Statistics*, X (1939), 299-326, i „Statistical Decision Functions Which Minimize the Maximum Risk", *Annals of Mathematics*, XLVI (1945), 265-80. O trenutno standardnim metodima ocenjivanja i testiranja hipoteza, videti Harald Cramer, *Mathematical Methods of Statistics* (1946), pogl. XXX-XXXVII. Izvrstan uvod može se naći u Wald, *On the Principles of Statistical Inference* (Notre Dame Mathematical Lectures, No. 1 [1942]).

29 Konkretnu primenu videti u Jacob Marchak, „Role of Liquidity Under Complete and Incomplete Information", *American Economic Review*, XXXIX, No. 3 (1949), naročito str. 192-95; videti i Franco Modigliani, „Liquidity and Uncertainty: Discussion", *American Economic Review*, XXXIX, No. 3 (1949), 201-8, naročito str. 203-8. Raniji radovi su Maršakov „Money and the Theory of Assets", *Econometrica*, VI (1938), 311-25, i rad Leonida Hurwicza, „Theory of the Firm and Investment", *Econometrica*, XIV (1946), 109-36, naročito str. 133-36. Na odnos između problema statističkog zaključivanja i ponašanja u uslovima neizvesnosti jasno je ukazao Frank H. Knight, u radu *Risk, Uncertainty, and Profit* (1921), Deo III, naročito pogl. VII.

III. TEORIJA IGARA[30]

Teorija igara fon Nojmana i Morgenšterna predstavlja pokušaj da se izloži teorija društvene (prvenstveno ekonomske) interakcije prema analogiji sa poznatim strateškim igrama (kao što su šah ili karte), jer bi ih igrali potpuno racionalni pojedinci. Ova teorija zadire dublje od bilo koje druge sistematske društvene teorije po kompleksnosti svoje strukture i rigoroznoj prirodi svoje formalne logike. Ipak je zanimljivo napomenuti da se u njoj ne koristi bukvalno nimalo teža matematika od algebre, mada su lanci rezonovanja često dugački i komplikovani.

1. RACIONALNO PONAŠANJE U SITUACIJAMA KOJE UKLJUČUJU RIZIK

Kao uvod u teoriju igara, mada on nije striktno njen deo, fon Nojman i Morgenštern formulišu princip racionalnosti koji primenjuju na situaciju u kojoj su posledice različitih postupaka koji pojedincu stoje na raspolaganju izražene kao raspodele verovatnoća, a ne kao izvesnosti. Navešćemo jednostavan primer pojedinca koji bira između dva lutrijska tiketa, jednog koji donosi 1.000 dolara s verovatnoćom 0,01, u protivnom ne donosi ništa, i drugog tiketa koji donosi 100 dolara s verovatnoćom 0,10, u protivnom ne donosi ništa. Uopštenije, izbor se vrši između određenog broja „lutrijskih tiketa", od koji svaki obećava da će doneti iznose m_1, m_2... , s verovatnoćama p_1, p_2..., pri čemu iznosi m_1, m_2 ... i p_1, p_2,... variraju od tiketa do tiketa. Uopšteno, naravno, „isplate" ne moraju da budu iznosi novca, već posledice bilo koje vrste koje su pojedincu bitne. „Lutrijski tiket" je paradigma svakog izbora koji vrši ljudsko biće, u kojem ishod njegovog postupka nije sa izvesnošću poznat, ali u kojem, na osnovu iskustva i intuicije, ono smatra da su mu poznate verovatnoće različitih mogućih ishoda.

U skladu s principom racionalnosti, pojedinac može da poređa sve moguće raspodele verovatnoće ishoda; zatim može da izabere indeks korisnosti sa svojstvima opisanim u drugom delu Odeljka II ovog poglavlja, i postupi tako da maksimizira korisnost. Koncept racionalnosti, onako kako se primenjuje na ovu situaciju, fon Nojman i Morgenštern su formalizovali kroz niz aksioma[31]. Glavni postavljeni uslov, pored opšteg zahteva da raspodele verovatnoće budu poređane

30 John von Neumann i Oskar Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior* (2nd ed., 1947). Pojedini članci sadrže izvrstan prikaz ove teorije; naročito videti Leonid Hurwicz, „The Theory of Economic Behavior", *American Economic Review*, XXXV (1945), 901-25; i Jacob Marschak, „Neumann's and Morgenstern's New Approach to Static Economics", *Journal of Political Economy*, LIV (1946), 97-115. Kritički osvrt na teoriju i njene implikacije po ekonomiju videti u Carl Kaysen, „A Revolution in Economic Theory?", *Review of Economic Studies*, XIV (1946-47), 1-15.

31 John von Neumann and Oskar Morgenstern, *op. cit.* pogl. 1, odelj. 3; Dodatak.

u skladu s preferencijama pojedinca, može grubo da se izrazi na sledeći način: ukoliko pojedinac preferira ishod x_1 u odnosu na ishod x_2, onda će preferirati izvesnost x_1 u odnosu na jednaku šansu da će dobiti ili x_1 ili x_2. Uz pomoć ovog veoma logičnog uslova, i još nekih više tehničkog karaktera, pokazuje se da među mnogim indeksima korisnosti koji mogu da se pripišu mogućim raspodelama verovatnoće, postoji jedan sa svojstvom da korisnost pripisana raspodeli verovatnoće predstavlja matematičko očekivanje korisnosti mogućih ishoda. To jest, ukoliko dati izbor ima moguće ishode $x_1, \ldots x_n$ s verovatnoćama $p_1 \ldots p_n$, respektivno, i ako je $U(x)$ korisnost (izražena kroz upravo opisani indeks) ishoda x, onda je korisnost pripisana datom izboru $\sum_{i=1}^{n} p_i U(x_i)$. (Obratite pažnju da ovaj indeks korisnosti nije jedinstven; ako je $U(x)$ jedan takav indeks, a a pozitivan broj, onda je $aU(x) + b$ drugi takav indeks.) Racionalno ponašanje pri izboru rizičnih alternativa na taj način može da se pojednostavi i svede na tvrdnju da pojedinac teži da maksimizira očekivanu vrednost svoje korisnosti.[32] Milton Fridman i L. J. Sevidž (J. L. Savage) izložili su zanimljivu hipotezu o obliku krive korisnosti novca fon Nojmana i Morgenšterna, kojom će objasniti neke pojave uočene kod ponašanja pojedinaca u vezi s kockanjem i osiguranjem.[33]

Pošto su raspodele verovatnoće osnovne u teoriji igara, gornja konstrukcija omogućava autorima da govore o numeričkoj korisnosti, jer ima pogodno svojstvo da korisnost pripisana nekog slučajnom događaju precizno predstavlja matematičko očekivanje korisnosti različitih mogućih ishoda. Međutim, potrebno je da dalje razviju ideju o prenosivoj korisnosti, tj. nekoj vrsti mere čije jedinice, u izvesnom smislu, imaju isto značenje za oba igrača. U stvari, oni tada u velikoj meri sužavaju oblast svoje teorije prepostavkom da se ishod svake igre može izraziti u nekim zajedničkim jedinicama, na primer u novcu, i da je korisnost datog iznosa novca, za svakog igrača, jednostavno linearna funkcija tog iznosa, tako da svaki igrač teži da maksimizira očekivani iznos novca koji će steći. Ovu pretpostavku treba shvatiti kao namerno pojednostavljenje u cilju matematičke obrade problema. (Uporedi primedbe iz prvog odeljka).

32 Objašnjenje izbora između rizičkih alternativa na osnovu maksimiziranja očekivane vrednosti korisnosti datira još od Danijela Bernulija (Daniel Bernoulli) i njegovog rada „Specimen theoriae de mensura sortis" (1738): prevod na nemački, *Die Drunlage der modernen Wertlehre* (1896). Bernuli je želeo da pokaže, u vezi s čuvenim sanktpeterburškim paradoksom, da se pojedinac možda neće kockati ako je očekivana novčana nagrada beskonačna; njegov argument glasio je da pojedinac teži maksimiziranju očekivane korisnosti novca, koja je predstavljena, kako je rekao, logaritmom iznosa primljenog novca. Uvođenjem granične korisnosti u teoriju vrednosti, bilo je prirodno raspravljati o izborima između rizičnih alternativa na ovaj način; videti Alfred Marshall, *Principles of Economics* (8th ed., 1920), str. 843. Međutim, fon Nojman i Morgenštern prvi su ukazali na pretpostavke o ponašanju koje implicira ova teorija.

33 Milton Friedman i L. J. Savage, „The Utility Analysis of Choices Involving Risk", *Journal of Political Economy*, XIV (1948), 279-304.

2. OPŠTI KONCEPT IGRE[34]

Uopšteno govoreći, u igri će učestvovati izvestan broj igrača, recimo *n*. Igra se sastoji iz dve vrste poteza; ličnih, koje vuče jedan od igrača, i slučajnih, u kojima se, u skladu sa određenim zakonima verovatnoće, slučajnim sredstvom bira jedan od nekoliko mogućih ishoda. Tako u igri kartama, podela karata se vrši slučajnim sredstvom, dok će igrači i dalje imati izvesne izbore u pogledu načina igranja. Pravila igre propisuju sledeće: (*a*) da li će prvi potez biti lični ili slučajni; ako je lični, ko će ga vući, i koji raspon izbora igraču stoji na raspolaganju; ako je slučajan, koji su mogući ishodi i koja je verovatnoća svakog od njih; (*b*) nakon što je povučeno k poteza, da li će potez $(k + 1)$ biti lični ili slučajni; ako je lični, ko će ga vući, koji će raspon izbora imati na raspolaganju, i koje će informacije imati o prethodno učinjenim potezima; ako je slučajan, koji je raspon mogućih ishoda i koja se verovatnoća pripisuje svakom od njih (obratite pažnju da prema pravilima svaki propis može da zavisi od ishoda prethodnih poteza, pri čemu je samo potrebno da se u svakoj fazi igre konkretni propis nedvosmisleno definiše); (*c*) kada će se igra završiti i koji će iznos biti isplaćen svakom učesniku u zavisnosti od ishoda različitih poteza. Tako na primer, pravila u šahu propisuju da svi potezi budu lični i da dva igrača naizmenično vuku poteze; da je pri svakom potezu svakom igraču poznat ishod svakog prethodnog poteza; i da pri svakom potezu, raspon dopustivih postupaka zavisi od trenutnog rasporeda šahovskih figura, koji, pak, zavisi od ishoda svih prethodnih poteza. U igri kartama, s druge strane, deljenje predstavlja slučajni potez, čiji se ishod ne otkriva ostalim igračima.

Lako je uvideti da se mnoge ekonomske i društvene situacije mogu opisati na ovaj način. Na primer, funkcionisanje tržišta može da se opiše kao igra, u kojoj bi kupci i prodavci bili igrači, a ponude i ugovori o transakcijama potezi. Inicijalna distribucija dobara i novca može da se shvati kao deo pravila igre; finalna distribucija dobara i novca opisuje isplate različitih igrača koje su posledica određenog skupa povučenih poteza. Slično tome, i konflikti između naroda ili između društvenih i ekonomskih grupa mogu da se svrstaju u istu rubriku.

Pretpostavimo sada, radi pojednostavljenog opisa, da svaki igrač ne igra igru tako što svaki put čeka na svoj potez i onda odlučuje između različitih alternativa koje su mu ponuđene, već unapred priprema *strategiju* kojom se, u svakoj mogućoj situaciji u koju može da dospe tokom igre, definiše izbor koji će izvršiti. I zaista, tako nešto mora da rade vrsni igrači, jer shvataju da su efekti njihovih izbora u različitim potezima međusobno povezani; dobar potez u jednom trenutku mo-

34 Videti von Neumann and Morgenstern, *op. cit*, pogl. II.

že da poboljša raspon izbora koji igraču stoje na raspolaganju u nekom drugom trenutku. Dobar izbor u bilo kom potezu, dakle, može da se zaniva na razmišljanju o alternativnom mogućem razvoju igre nakon svakog mogućeg postupka. Pretpostavimo da svaki pojedinac treba da zapiše svoju strategiju i da je preda sudiji. Tada, u stvari, uopšte ne bi bilo neophodno odigrati igru; sudija bi samo trebalo da sledi uputstva iz strategije odgovarajućeg pojedinca u svakom ličnom potezu i učini potrebne slučajne poteze. Dakle, svaka igra može da se svede na sledeće: svaki igrač vuče jedan potez, naime, bira strategiju; tada je isplata svakom igraču slučajna promenljiva čiju raspodelu verovatnoće određuju strategije različitih igrača. Pošto, prema pretpostavkama sa kraja Odeljka I, pojedinca interesuje samo matematičko očekivanje isplate, možemo smatrati da je ta isplata jedan broj, a ne raspodela verovatnoće. Tako svaka igra, bez obzira koliko je komplikovana, može da se svede na sledeći *normalni oblik*: svaki igrač vuče jedan potez, ne znajući ništa o potezima drugih igrača, iz raspona unapred utvrđenih izbora; isplata svakom igraču tada je funkcija poteza svih igrača. Ovakav svedeni izraz omogućava da se uoči osnovna priroda igara bez komplikacija koje podrazumevaju konkretna pravila. Od sada ćemo smatrati da su sve igre normalnog oblika.[35]

Radi daljeg pojednostavljenja analize, fon Nojman i Morgenštern pretpostavljaju da će se igra završiti konačnim brojem poteza i da će za svaki potez postojati samo konačni broj mogućih izbora. Tako se može videti da je broj mogućih strategija konačan. U normalnom obliku, dakle, svaki pojedinac pri svakom potezu može da bira između konačnog broja alternativa. Ipak, treba napomenuti da taj konačni broj strategija može da bude ogroman; i samo nabrajanje svih mogućih situacija u šahu težak je zadatak, a broj mogućih načina kojima se može reagovati na te situacije spada u domen mašte. Ukoliko se ne ograniči konačni broj izbora za svaki potez, dolazi do izuzetno složenih matematičkih teškoća. Postoji literatura u vezi s ovim problemom i ona će biti citirana u napomenama kad se za to ukaže potreba.

3. IGRA DVA LICA S NULTIM ISHODOM[36]

Razmotrimo sada specijalni slučaj igre s dva igrača u kojoj je zbir isplata dvojici igrača jednaka nuli pri svim izborima strategija; na primer, ako ishod igre do-

35 Koncept ekonomskog subjekta koji bira strategiju – plan u slučaju neočekivanog događaja – a ne koji samo povremeno donosi konkretne odluke, jasno je predočio, u nešto drugačijem kontekstu, Albert G. Hart u radu „Risk, Uncertainty, and the Unprofitability of Compounding Probabilities", u *Studies in Mathematical Economics and Econometrics*, urednici Oskar Lang (Oscar Lange), Frensis Mekintajr (Francis McIntyre) i T. O. Intema (T. O. Yntema) (1942), str. 110-18.

36 Videti von Neumann and Morgenstern, *op. cit*, pogl. III-IV.

nosi 5 igraču *a*, onda to nužno podrazumeva gubitak u iznosu od 5 za igrača *b*. Ovo je model situacije čistog konflikta, pošto dobitak jednog igrača iznosi tačno koliko gubitak drugog. S obzirom na to da postoje samo dva igrača, ništa ne može da se postigne njihovim međusobnim dogovorom. Pretpostavimo da je igra normalnog oblika; neka igrač *A* raspolaže izborom strategija 1, ..., *m*, a igrač *B* izborom strategija 1, ..., *n*. Ako *A* izabere strategiju *i*, a *B* strategiju *j*, neka isplata igraču *A* bude a_{ij}; tada isplata igraču B iznosi - a_{ij}. Naravno, *A* želi da maksimizira a_{ij}, dok *B* istu veličinu želi da minimizira. Pretpostavimo da *A* razmatra korišćenje određene strategije *i*. Prirodno je da razmišlja o onom najgorem što *B* može da mu učini; *B* će pokušati da izabere ono *j* koje će a_{ij} učiniti što manjim za datu strategiju *i*. Dakle, ako igrač *A* izabere *i*, može samo da bude siguran da (čita se kao „minimum a_{ij} u odnosu na *j*). On može da proceni ovu veličinu za svaku vrednost *i* i da izabere onu vrednost *i* koja ga maksimizira; ovim izborom on se obezbeđuje da će mu dobitak iznositi barem $\max_i \min_j a_{ij}$. Slično tome, odgovarajućim izborom *j*, igrač *B* može da garantuje da igrač *A* neće dobiti više od . Pretpostavimo da je matrica isplata a_{ij} takva da,

$$\max_i \min_j a_{ij} = \min_j \max_i a_{ij} \qquad (3)$$

Ako je zajednička vrednost obe strane (3) *n*, tada *A*, birajući odgovarajuću strategiju i^*, sebi garantuje barem *n*, dok *B*, izborom odgovarajuće strategije j^*, može da garantuje da *A* neće dobiti više od *n*. Jasno je da će u ovom slučaju *A* izabrati i^*, *B* će izabrati j^*, a ishod igre (njena *vrednost*) biće da *B* plati iznos *n* igraču *A*. (Količina *n* može da bude negativna, u kom slučaju će igrač *A* plaćati igraču *B*.) Jednačina (3) može da bude validna, kao što je prikazano na matrici plaćanja na Tabeli I, u kojoj svaki igrač ima izbor između dve strategije.

TABELA I

Strategije igra ča *A*	Strategije igra ča *B*	
.....	1	2
1	2	1
2	3	0

Ako igrač *A* izabere strategiju 1, a igrač *B* izabere strategiju 2, *A* će dobiti 1 jedinicu od *B*. Ako *A* izabere strategiju 2, rizikovaće da ništa ne dobije; ako *B* izabere strategiju 1, možda će morati da plati 3. Dakle, $i^* = 1$, $j^* = 2$, a $n = 1$ predstavljaju stabilno rešenje; čak i kad bi jedan igrač unapred znao strategiju onog drugog, ne bi imao podsticaj da promeni sopstvenu strategiju.

Nažalost, jednačina (3) ne mora da važi. Razmotrimo matricu plaćanja na Tabeli II.

TABELA II

Strategije igra ča *A*	Strategije igra ča *B*	
.....	1	2
1	1	-2
2	0	2

U ovom slučaju $\max_i \min_j a_{ij} = 0$, $\min_j \max_i a_{ij} = 1$. Kad bi igrač *B* igrao tako da minimizira $\max_j a_{ij}$ izabrao bi strategiju 1; ali, kad bi igrač *A* to znao, izabrao bi strategiju 1, a ne strateiju 2, koju bi izabrao kad bi maksimizirao $\min_j a_{ij}$. Ako bi, tada, *B* shvatio da će *A* rezonovati na ovakav način, izabrao bi strategiju 2, i tako dalje, što bi dovelo do naizgled beskrajnog regresa. I to je, u stvari, glavna zamerka principu racionalnosti, kao što je rečeno u drugom delu Odeljka II.

Da bi se došlo do konačnog stabilnog rešenja, predlaže se sledeća procedura: neka igrač *A* ima slučajno sredstvo kojim će izabrati strategiju 1 s verovatnoćom 0,4, i strategiju 2 s verovatnoćom 0,6. U tom slučaju, ako igrač *B* izabere strategiju 1, igrač *A* će imati očekivani dobitak 0,4 (1) + 0,6 (0) = 0,4; ako *B* izabere strategiju 2, očekivani dobitak je 0,4 (-2) + 0,6 (2) -= 0,4. Dakle, *A* može sebi da garantuje očekivani dobitak od 0,4. Slično tome, igrač *B*, igrajući strategiju 1 s verovatnoćom 0,8 i strategiju 2 s verovatnoćom 0,2, može da svede očekivanu isplatu igraču A na 0,4. Ovo rešenje, kad je reč o slučajnim ili *mešovitim* strategijama, poseduje stabilnost prvog slučaja; čak i kad bi jedan igrač saznao verovatnoće koje koristi drugi igrač, tu informaciju ne bi mogao da upotrebi u svoju korist.

Uopšteno govoreći, možemo smatrati da igrači ne biraju strategiju već da biraju verovatnoću za svaku strategiju (verovatno nultu). Neka igrač *A* igra strategije 1, ..., *m* s verovatnoćama $x_1, \ldots, x_m$, respektivno, dok igrač *B* igra svoje strategije s verovatnoćama $y_1, \ldots, y_n$. Neka $\max_x$ označi maksimum u odnosu na dopustive varijacije $x_1, \ldots, x_m$, a $\min_y$ to isto za dopustive varijacije $y_1, \ldots, y_n$. Očekivana isplata igraču A, ako on izabere $x_1, \ldots, x_m$ a B izabere $y_1, \ldots, y_n$, iznosi $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_iy_j$. Tada izraz analogan (3) glasi

$$\max_x \min_y \sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_iy_j = \min_y \max_x \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_iy_j \qquad (4)$$

Ako važi (4), onda imamo stabilno rešenje u slučaju mešovitih strategija. Ispostavlja se, što je prilično začuđujuće, da (4) uvek važi[37]. Teorija racionalnog ponašanja kod igara dva lica s nultim ishodom, dakle, može se smatrati definitivno rešenom, barem unutar ograničenja prenosive korisnosti. Međutim, zamerka da princip racionalnosti ne može biti realan jer nameće prevelike zahteve kad je reč o sposobnosti pojedinca, nije opovrgnuta; rešenje čak i relativno jednostavnih društvenih igara često je veoma teško pronaći.[38]

Pre nego što privedemo kraju diskusiju o igrama dva lica s nultim ishodom, razmotrimo specijalan slučaj igre u kojoj, pre svođenja na normalni oblik, pravila nalažu da u svakoj fazi igre svaki pojedinac zna ishode svih prethodnih poteza, tj. igru *s potpunim informacijama.* Poznati primeri te igre su šah i trik-trak (tavla). Trajnije karakteristike mnogih društvenih konflikata ovog su tipa; ne postoji mogućnost da se od poslovodstva sakrije postojanje štrajka velikih razmera, mada izvesni preliminarni taktički planovi mogu neko vreme da osanu u tajnosti. Pokazalo se da u takvim igrama odnos (3) uvek važi. Mešovite strategije tada nisu neophodne za konačno rešenje. To nam govori da se mešovite strategije mogu u suštini smatrati sredstvom prikrivanja informacija od oponenta, u cilju blefiranja.

4. IGRA N LICA S NULTIM ISHODOM[39]

Razmotrimo najpre sledeću jednostavnu igru: postoje tri igrača; svaki mora da zapiše ime jednog od ostalih. Ako dva igrača zapišu imena jedan drugoga, sva-

37 Videti von Neumann and Morgenstern, *op. cit.*, str. 134-43. Ovu teoremu prvi je dokazao, uz pomoć veoma složenih matematičkih postupaka, fon Nojman u radu „Zur Theorie der Gesellschaftspiele", *Mathematische Annalen* 100 (1928), str. 295-320. Prvi osnovni dokaz pružio je Žan Vij (Jean Ville), „Sur la theorie generale des jeux ou intervient l'habilitie des jouers", u Emile Borel *et al.*, *Traite du calcul des probabilites et de ses applications* (1938), Vol. IV, str. 105-13. Najjednostavniji dokaz (4), u nešto opštijoj formi, pružio je Lin H. Lumis (Lynn H. Loomis), „On a Theorem of von Neumann", *Proceedings of the National Academy of Sciences*, XXXII, No. 8 (1946), 213-15.
Slučaj u kojem broj strategija može da bude beskonačan matematički je znatno teži, i generalizacija (4) ne važi uvek. Videti Wald, „Generalization of a Theorem by von Neumann Concerning Zero-Sum Two-Person Games", *Annals of Mathematics*, XLVI (1945), 281-86; Wald, „Foundations of a General Theory of Sequential Decision Functions", Econometrica, XV (1947), 279-313, naročito 285-96; i Wald, „Statistical Decion Functions", *Annals of Mathematics*, XX (1949), 165-202, naročito 166-71. Jedna novija knjiga, koji su uredili H. W. Kuhn i A. W. Tucker, *Contributions to the Theory of Games* (*Annals of Mathematics*, Study No. 24 [1959]), sadrži radove koji se bave ovim problemom i drugim dostignućima u teoriji dva lica s nultim ishodom

38 Detaljnije razmatranje neophodno za čak i veoma pojednostavljen oblik pokera videti u fon Nojman i Morgenstern, *op. cit.* pogl. IV, odeljak 19.

39 *Ibid*, pogl. V i VI.

ki dobija ½, a treći plaća 1. Ako dva igrača ne zapišu imena jedan drugoga, onda nijedan ne dobija ništa. Racionalni metod igranja deluje prilično očigledno: dvojica igrača unapred će se dogovoriti da zapišu ime jedan drugoga i tako pobede. U kom smislu je ovo zaista konačno rešenje? Potrebno je napomenuti da to rešenje nije jedinstveno; postoje tri moguća para igrača koji mogu da formiraju koalicije. Fon Nojman i Morgenštern rezonuju na sledeći način: razmotrimo sve moguće raspodele isplata igračima. One će obuhvatiti i transakcije koje pravilima igre nisu obuhvaćene, jer dozvoljavamo da jedan igrač podmiti drugog da bi ovaj sledio prihvatljiv pravac delovanja. Pošto je igra s nultim ishodom, zbir isplata mora da bude jednak nuli; pošto svaki igrač može da dobije -1 bez bilo kakve koalicije, ne postoji raspodela koja je ostvarljiva a koja bi bilo kom igraču donela manje od -1. Označimo sa (a_1, a_2, a_3) raspodelu koja daje a_1 prvom igraču, a_2 drugom igraču, a a_3 trećem igraču. Tada, izraženo simbolima,

$$a_1 + a_2 + a_3 = 0, \tag{5}$$

$$a_i \geq -1 \text{ za svako } i. \tag{6}$$

Svaki skup brojeva koji zadovoljava (5) i (6) nazvaćemo *pripisivanjem*. Konkretna pripisivanja koja intuitivno deluju racionalno jesu, dakle, (½,½, -1), (½, -1, ½), i (-1, ½, ½). Neka V bude skup koji se sastoji od ovih pripisivanja. Tada su ključna svojstva V sledeća: (1) za svako pripisivanje koje se ne nalazi u V, postoje dva igrača koja bi obojica preferirala određeno pripisivanje unutar V u odnosu na ono izvan V; (2) za bilo koja dva pripisivanje unutar V, ne postoje dva igrača koja bi preferirala jedno pripisivanje u odnosu na drugo. Ovo su svojstva stabilnosti; nijedno pripisivanje koje nije u V ne može da se održi, dok ne postoji podsticaj da se promeni jedno pripisivanje iz V u neko drugo, pošto je u našoj jednostavnoj igri presudno ponašanje parova igrača.

Presudni karakter para igrača koji biraju da se dogovore sastoji se u sledećem: bilo koji par igrača može, putem dogovora, zajednički da stekne iznos 1, ali nijednim pripisivanjem, na osnovu (5) i (6), ne mogu da steknu više od 1. Dakle, oni su u poziciji da biraju bilo koje pripisivanje, jer im nijedno pripisivanje ne daje više nego što dobijaju prema pravilima igre. Svi ovi koncepti dovode do prirodne generalizacije. Razmotrimo sledeću igru n lica s nultim ishodom: neka S bude bilo koji skup igrača; neka pravila igre nalažu *karakterističnu funkciju* $n(S)$ koja pokazuje ukupni iznos koji će svaki skup S dobiti ukoliko igrači formiraju koaliciju. Pošto igra ima nulti ishod, $n(-S) = -n(S)$, gde je $-S$ skup svih igrača koji nisu u S. Konkretno, neka (i) bude skup koji se sastoji samo od igrača i, tako da je $n([i])$ iznos koji će dobiti igrač i (verovatno negativan) ukoliko ni sa kim ne

uđe u koaliciju. Tada je pripisivanje skup isplata $(a_1, \ldots, a_n)$ pojedinačnim igračima sa sledećim svojstvima:

$$a_1 + \ldots + a_n = 0, \quad (7)$$
$$a_i \, {}^3 \, n([i]) \text{ za svako } i. \quad (8)$$

Za skup igrača S kaže se da se *efektivan* za svako pripisivanje $(a_1, \ldots, a_n)$ ako $\sum_{i \in S} a_{ij} \leq \upsilon(S)$, gde „$i \in S$" znači „$i$ pripada S", to jest, ako to pripisivanje ne daje igračima unutar S više nego što bi mogli da dobiju formiranjem koalicije. Za pripisivanje $(a_1, \ldots, a_n)$ kaže se da *dominira* pripisivanjem $(b_1, \ldots, b_n)$ ako postoji skup S koji je efektivan za $(a_1, \ldots, a_n)$ i takav da je $a_i > b_i$ za svakog igrača i u S; pod ovim uslovima zasigurno bismo očekivali da igrači unutar S dogovorom promene pripisivanje sa $(b_1, \ldots, b_n)$ na $(a_1, \ldots, a_n)$. Kaže se da skup pripisivanja V predstavlja *rešenje* ako (1) svako pripisivanje izvan V dominira nekim drugim pripisivanjem unutar V; (2) nijedno pripisivanje unutar V ne dominira nekim drugim pripisivanjem u V. Rešenje na taj način definiše ishod gore navedene igre kad se igrači ponašaju racionalno.

Može se učiniti da se gornja diskusija odnosi samo na poseban tip igre u kojoj se koalicije sklapaju kroz eksplicitno navođenje pravila. Smatra se, međutim, da se svaka igra n lica s nultim ishodom može izraziti na ovaj način. Pretpostavimo da se formira koalicija S koja teži da maksimizira zbir isplata svojim članovima. Ta koalicija će prirodno pretpostaviti da će igrači izvan S formirati kontrakoaliciju; imajući u vidu nulti ishod kao svojstvo ove igre, koalicija $-S$ će težiti da minimizira zbir isplata članovima S. Ova situacija je igra dva igrača s nultim ishodom, koja, kao što smo videli, ima utvrđenu vrednost. Dakle, $n(S)$ možemo definisati kao vrednost koju stiče koalicija S u malopre opisanoj igri dva igrača s nultim ishodom. To može da se učini za svaki mogući skup igrača S, tako da se igra svodi na oblik o kome smo govorili u prethodnom pasusu.

Igre se dele na *bitne* i *nebitne*. Nebitna igra je ona u kojoj koalicija ne može da dobije više od zbira iznosa koje bi dobio svaki igrač kad bi igrao samostalno, tj. $\upsilon(S) = \sum_{i \in S} \upsilon([i])$. U takvoj igri ne postoji podsticaj da se formiraju koalicije, a stoga ne postoji ni društveni element. U bitnoj igri, s druge strane, kao što je igra tri lica s kojom smo započeli ovo izlaganje, postoji pozitivan podsticaj da se formiraju koalicije. Već smo uočili da rešenje može da sadrži više od jednog pripisivanja. To je opšta pojava: može se pokazati da u bitnoj igri rešenje mora da sadrži barem dva pripisivanja. Izgleda da postoji neka vrsta fundamentalne neodređenosti u savršeno racionalnoj teoriji društvenog ponašanja; pravi značaj te neodređenosti mora se shvatiti kao nerazjašnjen.

Ovako sročene definicije ne isključuju mogućnost da postoji više od jednog rešenja date igre, i to se zaista može desiti, mada postoje i igre sa samo jednim rešenjem. U igri tri lica koju smo upravo razmotrili, neka *c* bude bilo koji broj manji od ½. Razmotrimo klasu svih pripisivanja u kojoj je a_3 = c. Može se lako dokazati da ova klasa u stvari predstavlja rešenje, unutar značenja prethodnih definicija. Za svaku vrednost *c* postoji odgovarajuće rešenje, tako da je broj rešenja beskonačan. Za razliku od prvog rešenja, ta rešenja nemaju nikakvu simetriju. Ona mogu da se nazovu *diskriminatornim rešenjima*; vladajuća koalicija (1, 2) dogovara se da isključenom igraču da neki fiksni iznos *c*, a zatim da međusobno podeli ostatak. Neobično je to što se ispostavlja da diskriminatorna ponašanja poseduju izvesna svojstva stabilnosti, čak i kad su osnovna pravila igre u potpunosti simetrična u odnosu na igrače. Čak i unutar prvog pronađenog rešenja, postojao je izvesni element nepravde; svako dato pripisivanje unutar rešenja bilo je nepravedno prema jednom igraču, ali je u rešenju kao celini postojao element simetrije. Dakle, vidi se da čak i simetrična igra nije nužno pravedna, po tome što ne garantuje da će svaki igrač biti u podjednako dobrom položaju. Potrebno je mnogo više od jednakosti šansi da se obezbedi jednakost ishoda.

Dakle, postoji hijerarhija sukcesivno restriktivnijih uslova za stanje u društvu: pravila igre, kojima se definiše klasa mogućih pripisivanja, rešenje, i pripisivanje koje preovladava u svakom datom trenutku vremena. Sugerisano je da prvo korespondira sa osnovnim ograničenjima društva – fizičkim, biološkim i, možda, psihološkim; drugo korespondira s društveno stabilnim standardom ponašanja, koje, međutim, ne određuje stvarnu raspodelu vrednosti između pripadnika društva. Može se desiti da više standarda bude kompatibilno s pravilima, ali samo oni koji su pronađeni u teoriji biće dovoljno stabilni da bi opstali.

5. OPŠTA IGRA N LICA[40]

Igrama koje smo do sada razmatrali nedostajala je opštost u jednom važnom aspektu. Društvo u celini ne bi moglo da profitira zbog ograničenja koje nameće nulti ishod. U proučavanju mnogih društvenih konflikata, ovo ne bi morao da bude važan ograničavajući faktor, ali se njime ipak eliminišu svi ekonomski aspekti. Ključno svojstvo ekonomskog ponašanja upravo je mogućnost da kooperacijom svi pojedinci budu u boljem položaju.

Opšta igra *n* lica odvija se svođenjem na igru (*n* + 1) lica s nultim ishodom. Uvodi se fiktivni igrač, n + 1, koji ne može da vuče poteze, ali koji prima negativan zbir iznosa koji se isplaćuju drugim igračima. Ovako proširena igra može da se opiše na osnovu teorije izložene u prethodnom odeljku; *n* (S) i ovde predstav-

40 Videti von Neumann and Morgenstern, *op. cit.* pogl. XI.

lja iznos koji svaka koalicija za sebe može da garantuje. Koncept dominacije se i ovde primenjuje. Međutim, ne mogu da se prihvate sva rešenja proširene igre. Možemo da prihvatimo kao govotu činjenicu da će pravi igrači za sebe kao grupu dobiti što je više moguće, jer se tako povećava iznos bogatstva koje se među njima deli. U stvari, pravi igrači diskriminisaće fiktivnog igrača. Jedina rešenja koja su, dakle, dopustiva jesu ona u kojima svako pripisivanje daje fiktivnom igraču najminimalniji mogući iznos.

U slučaju opšte igre dva lica, ispostavlja se da postoji samo jedno rešenje, naime, skup svih pripisivanja koja maksimiziraju zbir dobitaka dva igrača. Pretpostavimo da se *A* i *B* cenjkaju oko kuće čiji je vlasnik *A*, ali joj *B* pripisuje veću vrednost. Tada će kuća biti preneta igraču *B*, koji će platiti cenu koja je barem jednaka vrednosti koju *A* pripisuje kući, ali nije veća od vrednosti koju joj pripisuje igrač *B*. Ovaj zaključak može se lako primeniti na sve slučajeve bilateralnog monopola, čak i kad ne postoji jedan nedeljiv predmet, već kontinualno deljivo dobro: količina dobara koja menja vlasnika je utvrđena, i to je ona količina koja maksimizira zbir profita dva pregovarača, ali će kupac platiti prodavcu barem onoliko koliko je dovoljno da prodavac ne bude u gorem položaju ako ne proda ništa, i ne toliko da kupac bude u gorem položaju kad ne bi kupio ništa.[41]

Diskusija o igri dva lica rezultira savršeno zdravorazumskim odgovorom. Mnogo manje očigledni rezultati prisutni su u opštoj igri tri lica, na primer, jednog prodavca i dva kupca. U slučaju jednog nedeljivog predmeta, i ovde će se on preneti na pojedinca koji mu pripisuje najveću vrednost, ali mogući prateći obrasci isplate mogu da budu veoma komplikovani. Teorija igara u potpunosti uzima u obzir mogućnosti kao što je ona u kojoj jedan kupac podmićuje drugog da ostane izvan tržišta. Ovde ne možemo detaljno da izlažemo kako se dolazi do rešenja ove igre.[42]

6. STATISTIČKO ZAKLJUČIVANJE KAO IGRA

U diskusiji o statističkom zaključivanju kao problemu kod racionalnog ponašanja (u drugom delu Odeljka II), pokazali smo da statističar mora da izabere funkciju *i* (*k*) koja određuje postupak *i* koji će on preduzeti za svaki mogući uzo-

41 Ranije diskusije o ovom problemu u ekonomskoj literaturi rezultirale su manjim rasponima neodređenosti: doprinos teorije igara je u tome što pokazuje da su raniji odgovori bili veštački sa stanovišta racionalnog ponašanja (mada ne nužno i sa stanovišta stvarnog ponašanja). Međutim, Gerard Tintner (Gerhard Tintner) već je izložio gore naznačeno rešenje. Videti njegov rad „Note on the Problem of Bilateral Monopoly", *Journal of Political Economy*, XLVII (1939), 263-70.

42 Videti von Neumann and Morgenstern, *op. cit.*, pogl. XI, odeljak 62; izvrsnu elementarnu diskusiju videti u Jacob Marschak, „Neumann's and Morgenstern's New Approach to Static Economics", *Journal of Political Economy*, LIV (1946), 97-115.

rak k. Pretpostavimo da izabere takvu funkciju, iako je pravo stanje prirode j. Ako se pojavi uzorak k, on će preduzeti postupak $i(k)$ i na taj način izgubiti $r_{i(k),j}$. Ali, uzorak k pojaviće se s verovatnoćom p_{kj}. Dakle, ako statističar izabere funkciju $i(k)$, njegov očekivani gubitak kad je pravo stanje j, dat je

$$\sum_k r_i(k), jp_{kj} \tag{9}$$

koje zavisi od izbora $i(k)$ statističara i „izbora" prirode, j. Vald (Wald) je sugerisao da se statističko zaključivanje interpretira kao igra dva lica s nultim ishodom, u kojoj priroda bira stanje j, statističar bira funkciju odluke $i(k)$, a isplata prirodi je data izrazom (9). Optimalno ponašanje statističara je da izabere onu funkciju odluke (verovatno mešovitu) koja minimizira maksimalni očekivani gubitak.

IV NEKI DRUGI MATEMATIČKI MODELI DRUŠTVENOG PONAŠANJA

1. TEORIJA LJUDSKIH ODNOSA RAŠEVSKOG[43]

Nikolas Raševski (Nicholas Rashevsky) sa Čikaškog univerziteta, koji je prvenstveno poznat po svom radu u oblasti primene matematičkih metoda u biologiji, sugerisao je da analogni metodi mogu da se primene na proučavanje ljudskih odnosa. Njegov pristup, uopšteno govoreći, *ad hoc* je karaktera, delimično kolektivistički, delimično individualistički. Rad mu je najvećim delom posvećen interakciji između društvenih klasa. Predlaže i matematički formuliše veliki broj različitih hipoteza o prirodi te interakcije, i izlaže neke posledice. Navešćemo jedan primer njegove analize koji je dovoljan da se stekne opšti utisak. Pretpostavlja se da postoje dve klase, aktivna i pasivna. Aktivni pojedinci nikog ne imitiraju, dok su pasivni pojedinci pod uticajem aktivnih, proporcionalno broju takvih pojedinaca s kojima stupaju u kontakt, i, u manjoj meri, pod uticajem drugih pasivnih pojedinaca. Pretpostavimo da postoje dve moguće aktivnosti, A i B, da se x_0 i y_0 aktivnih pojedinaca bave aktivnošću A, odnosno B, i da se u svakom trenutku vremena x i y pasivnih pojedinaca bave aktivnošću A, odnosno B. Broj pasivnih pojedinaca koji se bave aktivnošću A težiće da bude povećan brojem aktivnih pojedinaca koji se bave aktivnošću A, a smanjen brojem aktivnih i pasivnih pojedinaca koji se bave aktivnošću B. Izraženo simbolima,

43 Nicholas Rashevsky, *Mathematical Theory of Human Relations* (1947).

$$dx/dt = a_0x_0 + ax - c_0y_0 - ay, \qquad (10)$$

sa sličnom jednačinom za dy/dt. Ove jednačine je moguće rešiti i otkriti variranje x i y tokom vremena kao funkcije koeficijenata, i pronaći tačke stabilne ravnoteže kojoj će sistem težiti.[44]

Treba napomenuti da situacija o kojoj je reč može da se interpretira kao konflikt između aktivnih pojedinaca koji se bave aktivnošću A, i onih koji se bave B, koji nastaje zbog njihove želje da steknu kontrolu nad pasivnim pojedincima. Zato ta situacija može lako da se izrazi unutar opšteg okvira teorije igara. Važno je istaći da je model profesora Raševskog generalno sličan modelima konflikta u drugim oblastima, recimo, Ričardsonovom (Richardson) radu o međunarodnim odnosima – uporedite (10) sa (2) – i Lančesterovoj (Lanchester) teorijskoj obradi vojne strategije[45]. Izgleda da nastaju dve opšte analize situacija društvenog konflikta u kojima se primenjuju matematički metodi: racionalistička teorija igara, i *ad hoc* dinamička analiza uz pomoć sistema linearnih diferencijalnih jednačina. Možda između ova dva pristupa postoji izvesna komplementarnost; naime, obratite pažnju da se teorija igara, barem u svom sadašnjem stanju, bavi samo ravnotežnim situacijama. Kad bi se mogle dodati još neke pretpostavke u pogledu toga kako svaki igrač na osnovu iskustva uči o drugima, teorija bi bila dinamička.

Gore navedeni slučaj Raševski predstavlja kao veoma pojednostavljen i sugeriše komplikovanije varijacije iste šeme. Pojedine takve varijacije uključuju i ekonomske aspekte po tome što interakcija između klasa može da proizvede bogatstvo.[46] U ekonomskim analizama, *ad hoc* zakoni koji se odnose na, recimo, izvesne aspekte raspodele dohotka, nisu dovoljni da bi se situacija jednoznačno definisala; unutar okvira tih postulata, pretpostavlja se da se pojedinci ponašaju racionalno, tj. da maksimiziraju zadovljstvo ili profit. Jednostavan slučaj uključuje dve klase pojedinaca, od kojih se jedna sastoji od organizatora pod čijim nadzorom pripadnici druge klase proizvode više nego što bi proizvodili bez njihovog nadzora. Pretpostavlja se da pripadnici prve klase odlučuju o fiksnom udelu ukupnog autputa koji se deli među pripadnicima druge klase proporcionalno obavljenoj količini posla, dok svaki pripadnik druge klase odlučuje koliko će posla obaviti na osnovu datog udela. Prva klasa zatim bira udeo o kojem je reč kako bi maksimizirala svoj ukupni profit. Ovde postoji nekoliko *ad hoc* elemenata; udeo koji će se dati drugoj klasi ne mora da zavisi od količine posla koji njeni pri-

44 Rashevsky, *op. cit.*, pogl. III.

45 Lewis F. Richardson, *Generalized Foreign Politics* (*British Journal of Psychology*. Monograph Supplement No. 23 Š1939Ć); i F. W. Lanchester, *Aircraft in Warfare* (1916), pogl. V i VI.

46 Rashevsky, *op. cit.*, pogl. V, VI, XIX i XX.

padnici obavljaju, ne mora da se raspodeli među pripadnicima te klase proporcionalno količini posla svakog pojedinca, i svaki pripadnik prve klase može da pokuša da maksimizira sopstveni profit, verovatno kroz posebne dogovore s pojedinim članovima druge klase, umesto da maksimizira profit cele klase. Neke od ovih pretpostavki slične su pretpostavci o savršenoj konkurenciji u klasičnoj ekonomiji.

Raševski dosledno koristi iste tehnike analize u svom radu, mada postoje mnogi različiti skupovi iznetih pretpostavki. Analizu primenjuje na distribuciju populacije na urbanu i ruralnu, distribuciju veličina gradova, međunarodne odnose, istorijsku promenu i rat. Ovaj autor ističe provizorni i pojednostavljeni karakter svog pristupa i sugeriše da je njegova glavna funkcija da izloži više alternativnih modela koji mogu biti korisni u daljem teorijskom i empirijskom radu.

Mogli bismo primetiti da su standardi matematičke rigoroznosti visoki. Korišćeni metodi dobijeni na osnovu infinitezimalnog računa i teorije običnih lineranih diferencijalnih jednačina, s nekoliko provizornih koraka ka korišćenju integralnih jednačina.

2. ZIPFOV PRINCIP NAJMANJEG TRUDA I STJUARTOVA DRUŠTVENA FIZIKA

Rad Džordža Zipfa[47] predstavlja izuzetno opsežan trud da se veliki deo ljudskog ponašanja, i individualnog i kolektivnog, sistematizuje jedinstvenim principom najmanjeg truda: pojedinci i društva ponašaju se tako da minimiziraju očekivanu prosečnu stopu rada. Ovde ćemo se baviti samo diskusijom o društvenom ponašanju u Delu II njegove knjige. Na osnovu klasifikacije u Delu II ovog poglavlja, taj model je sigurno racionalan; pošto izgleda da se pretpostavlja da i pojedinci i društva teže minimiziranju truda, model poseduje i kolektivističke i individualističke elemente.

Moramo reći, međutim, da rad doktora Zipfa ne predstavlja pravilno razvijen matematički model. Fundamentalne pretpostavke nigde nisu eksplicitno izložene; mada ceo njegov dugački rad vrvi od matematičkih simbola i formula, izvodi su uglavnom retoričke figure i analogije, a ne pravi matematički zaključci; u pojedinim slučajevima, oni su jednostavno pogrešni. Dakle, kao pokušaj da se izloži sistematična društvena teorija, Zipfov rad može se samo smatrati promašajem.

Međutim, dve empirijske pravilnosti deluju veoma sugestivno i mogu da se pokažu kao korisne u budućem istraživanju. U radu se tvrdi se, uz priličnu empirijsku potkrepljenost, da ako su gradovi u nekoj zemlji rangirani po broju stanovnika, tada je rang nekog grada obrnuto proporcionalan broju njegovog sta-

47 George K. Zipf, *Human Behavior and the Principle of Least Effort* (1949)

novništva; na primer, najveći grad, s rangom 1, ima dvostruko više stanovnika od drugog grada po veličini, s rangom 2. Ovaj odnos, kako se sugeriše, predstavlja ravnotežni uslov po tome što će se zemlja u kojoj on ne važi ili proširiti ili raspasti, sve dok se ne uspostavi taj odnos. Pojedini, mada neuverljivi, empirijski dokazi navode se u prilog ovom poslednjem zaključku, koji se koristi u cilju generalizacija o međunarodnim odnosima. Slični odnosi važe i za druge vrste podataka o učestalosti, recimo, za broj prodavnica različitih vrsta.

U radu je učinjen pokušaj da se analizira hijerarhija društvenih klasa uz pomoć analognih odnosa između ranga i učestalosti, na pretpostavku da svaka klasa eksploatiše onu ispod sebe, a da nju eksploatiše klasa iznad. Snaga klase, a time i njen potencijal pobune, meri se njenim ukupnim dohotkom, dok je podsticaj da se ostane *in statu quo* proporcionalan dohotku pojedinca. Da bi se postigla ravnoteža, ove dve veličine moraju da se dovedu u odgovarajući odnos. Dr Zipf sugeriše sledeće: ako se klase rangiraju odozdo naviše, dohodak svakog pojedinca treba da je proporcionalan rangu njegove klase, dok broj pojedinaca u bilo kojoj klasi treba da bude obrnuto proporcionalan kvadratu njenog ranga. Iz ove analize proizlaze izvesne implikacije po distribuciju dohotka. Postulati ove teorije društvenih klasa ni ovde nisu jasno izloženi, osim nekih opštih mesta da bi svaki pojedinac preferirao da mu izvor dohotka bude eksploatacija drugih a ne sopstveni rad. Bilo bi zanimljivo preciznije definisati problem, a zatim uporediti analizu teorije igara sa sugestijama dr Zipfa.

Druga empirijska pravilnost koja je otkrivena glasi da je interakcija između dva grada obrnuto proporcionalna njihovoj međusobnoj udaljenosti. To se naročito odnosi na protok saobraćaja ili informacija između gradova. Proučavanje ovog odnosa još ranije je započeo astronom Džon Stjuart (John Q. Stewart) sa Univerziteta Prinston[48]. Stjuart ističe formalne analogije ovog odnosa sa zakonom gravitacije. Neka P_i bude populacija mesta *i*, a D_i udaljenost mesta *i* od datog mesta *A*; tada se *demografski potencijal A* definiše kao $S(P_i / D_i)$, koji se dobija kao zbir preko svih nastanjenih mesta *i*. Prema ovom zakonu, demografski potencijal treba da predstavlja ukupni iznos transakcija po jedinici populacije u *A*, pa prema tome, treba da korelira sa drugim ekonomskim veličinama. Postoje dokazi koji potkrepljuju ovu tvrdnju, ali se teško može reći da je ona dokazana.[49]

48 John Q. Stewart, „Demographic Gravitation: Evidence and Applications", *Sociometry*, XI (1948), 31-58, i raniji radovi koji se tamo citiraju.

49 Moraju se spomenuti, barem u napomeni, i neki drugi noviji radovi relevantni za matematičko formulisanje društvene teorije. Stjuart C. Dod (Stuart C. Dodd) i Eliot D. Čepl (Eliot D. Chapple) posvetili su veliku pažnju odgovarajućoj simbolizaciji društvenih problema kao osnovi za konstruisanje modela i empirijskog istraživanja. Videti Dodov rad *Dimensions of Society* (1943) i „A Systematics for Sociometry and for All Science", *Sociometry*, XI (1948), 113-30; i Čeplov (Chapple) *Measuring Human Relations: An Introduction to the Study of the*

V. KORIŠĆENJE TEORIJSKIH MODELA U INDUKTIVNOM ZAKLJUČIVANJU

Poznatu propoziciju u naučnoj metodologiji da je empirijsko istraživanje bez prethodne teorijske zasnovanosti neplodno, nedavno je detaljno izložila grupa pojedinaca pri Kaulsovoj komisiji za ekonomska istraživanja sa Čikaškog univerziteta, s posebnim osvrtom na oblast ekonomske analize. Opšte stanovište detaljno je izložio Trigve Havelmo (Trygve Haavelmo).[50] Slične probleme u matematičkoj statistici proučavali su Henri B. Man (Henry B. Mann) i A. Vald (A. Wald)[51]; Tjaling C. Kupmans (Tjalling C. Koopmans), Herman Rubin (Herman Rubin) i Roj B. Lajpnik (Roy B. Leipnik)[52]; i Teodor V. Anderson (Theodore W. Anderson) i H. Rubin[53]. Najelementarnije izlaganje pružio je J. Maršak[54]; nešto više tehničkog karaktera su izlaganja Kupmansa[55], Maršaka[56], i Geršona Kupera (Gershon Cooper)[57]. Mada se ovi radovi prvenstveno bave specifičnim problemima u oblasti ekonomije, nesumnjivo je da se veliki deo rezultata može primeniti i na društvene nauke uopšte.

1. EGZAKTNI NASUPROT STOHASTIČKIM ODNOSIMA

U ekonomiji i drugim društvenim naukama sa sigurnošću možemo da očekujemo da neće važiti egzaktan odnos između varijabli koje merimo, i to iz ba-

Interaction of Individuals (*Genetic Psychology Monographs*, Vol. XXII, No. 1 Š(1940Ć). Njihov rad je značajan više metodološki nego po sadržaju. U časopisu *Sociometry* mogu se naći i drugi radovi ove vrste.

U svom radu *Cybernetics* (1948), Norbert Viner (Norbert Wiener) započeo je sistematsko istraživanje komunikacije kao svojstva zajedničkog fiziologiji, savremenim servomehanizmima i ljudskom društvu; međutim, rezultate je tek u neznatnoj meri primenio na proučavanje društva i, u stvari, i sam izrazio pesimizam u pogledu mogućnosti bilo kakve vrste društvene nauke.

50 „The Probability Approach in Econometrics", *Econometrica*, XII (1944), Supplement.

51 „On the statistical treatment of linear stochastic difference equations", *Econometrica*, XI (1943), 173-220.

52 „Measuring the Equatioan Systems of Dynamic Economics", in Tjalling C. Koopmans (ed.) *Statistical Inference in Dynamic Economic Models* (1950).

53 „Estimation of the Parameters of a Single Equation in a Complete System of Stochastic Equations", *Annals of Mathematical Statistics*, XX (1949), 46-63.

54 „Economic Structure, Path, Policy and Prediction", *American Economic Review*, XXXVII, No. 2 (1947), 81-84.

55 „Statistical Estimation of Simultaneous Economic Relations", *Journal of American Statistical Association*, XL (1945), 448-66.

56 „Statistical Inference in Economics: An Introduction", in Koopmans (ed.) *Statistical Inference in Dynamic Economic Models* (1950).

57 „The Role of Economic Theory in Econometric Models", *Journal of Farm Economics*, Vol. XXX (1948).

rem dva razloga: (1) u analizu se ne uključuju sve relevantne varijable, i uvek izostavljamo mnoštvo nebitnih faktora koje je suviše teško izmeriti; (2) varijable koje posmatramo nisu precizno izmerene. Kad uspostavljamo neki odnos, dakle, moramo da uključimo ne samo eksplicitno nabrojane varijable, već i dodatne nemerljive varijable, poznate kao *greška*. Za takav odnos se kaže da je *stohastičan*. Tako možemo da kažemo da je za nekog pojedinca potrošnja (c) povezana s dohotkom (y) odnosom vrste $c = f(y) + u$, gde je u greška koja označava sve izostavljene varijable koje utiču na potrošnju. Reći samo to da odnos važi sa greškom predstavlja tautologiju. Gornji odnos za svaku funkciju $f(y)$ možemo da učinimo tačnim ako u definišemo kao $c - f(y)$. Da bismo odnosu dali empirijski sadržaj, moramo da utvrdimo izvesne pravilnosti u ponašanju grešaka.

Kažemo da je greška u datom odnosu slučajna varijabla s raspodelom verovatnoće koja je ista svakog puta kad se varijable posmatraju. Obično se pretpostavlja i da su greške u različitim trenucima vremena nezavisne. Tako u našem primeru s potrošnjom, ako indeks t označava vreme, možemo smatrati da greške $u_t = c_t - f(y_t)$ za različite vrednosti t formiraju slučajni uzorak iz fiksnih raspodela verovatnoće. Ovi koncepti prirodno se proširuju i na sve vrste društvenih zakona. Uopšteno govoreći, dakle, možemo da kažemo da je formulisanje generalizacije u društvenoj nauci ekvivalentno tvrdnji o raspodelama verovatnoće određenih grešaka.[58]

2. SIMULTANI ODNOSI I KONCEPT STRUKTURE

Ako zauzmemo individualističko stanovište kao u prvom delu Odeljka II, uvidećemo da su postupci svih pojedinaca simultano određeni svim jednačinama oblika (1). Ne postoji jedinstvena linija kauzalnosti; postupci svih pojedinaca ulaze simetrično. Situacije se ne menja ni ako pretpostavimo da su jednačine (1) stohastičke. Varijable P_i, s druge strane, imaju drugačiju ulogu. Ako se odnose na egzogene faktore, generalno će biti određene procesima koji su nezavisni od društvenog konteksta u kojima su jednačine (1) stohastičke.

U pogledu postupaka $A_1, \ldots, A_n$, egzogeni faktori imaju striktno jednosmerni kauzalni uticaj. Isto važi, uz određene kvalifikacije, i ako varijable $P_1, \ldots, P_n$ sadrže prošle postupke pojedinaca, kao i prave egzogene faktore, jer u svakom datom trenutku u vremenu, prošlost takođe vrši jednosmerni kauzalni uticaj na sadašnji izbor postupaka. Kauzalne varijable P_i nazivamo *predeterminisanim*; međusobno zavisne varijable A_i nazivamo *endogenim* ili *zajednički zavisnim*. U svakom trenutku vremena, dakle, endogene varijable su istovremeno određene skupom stohastičkih jednačina,

58 Detaljniju diskusiju o idejama iz ovog pasusa videti u Haavelmo, „The Probability Approach in Econometrics", *Econometrica*, Vo. XII (1944), Supplement, pogl. III.

$$A_i = f_i (A_1, \ldots, A_{i-1}, A_{i+1}, \ldots, A_n, P_i, u_i). \quad (11)$$

I ovde su jednačine (11) tautološke ako se ne odredi raspodela grešaka u_i. Jednačine i raspodela zajedno se nazivaju *strukturom* društvenog sistema. Predeterminisani karakter varijabli P_i izražava se tvrdnjom da su one statistički nezavisni od raspodele grešaka u_i.

Pretpostavimo da sistem koji treba rešiti po endogenim varijablama izgleda ovako:

$$A_i = g_i (P_1, \ldots, P_n, u_1, \ldots, u_n). \quad (12)$$

Jednačine (12) nazivaju se *redukovanom formom* strukture. Redukovana forma je i sama struktura, i na prvi pogled može da izgleda da njeno poznavanje prenosi istu količinu informacija o endogenim varijablama kao i (11). To nije slučaj ako uvidimo da jedna ili više jednačina (11) može da se promeni; na primer, jedna od jednačina može da se odnosi na politiku vlade, ili na industriju na čije će ponašanje uticati tehnološke promene. Ako se jedna od jednačina (11) promeni, onda se menjaju sve jednačine (12), ali nije nužno da će se promeniti i druge jednačine (11). Jednačine (11) imaju viši stepen *autonomije*[59] nego (12), u smislu da je svaka jednačina (11) nepromenjena unutar šire klase strukturalnih promena nego što je to slučaj s jednačinama (12).

Da su zakoni koji se proučavaju zaista nepromenljivi, autonomija bi bila irelevantan koncept, a redukovana forma strukture predstavljala bi isto toliko koristan opis realnosti kao i bilo koja druga forma. Potreba za autonomnom strukturom naročito je izražena u slučajevima kad se rezultati društvene analize koriste u svrhu kreiranja politike. Ovde se radi o izboru između nekoliko mogućih oblika jednačine koja izražava ponašanje vlade. Ono što želimo da uradimo jeste da razmotrimo strukturu za svaki mogući oblik jednačine koja se odnosi na vladu i predvidimo ponašanje endogenih varijabli u svakoj jednačini; zatim biramo oblik koji će rezultirati najzadovoljavajućim ponašanjem. Ovaj postupak moguće je izvesti, međutim, samo ukoliko su ostale jednačine (osim one koja izražava ponašanje vlade) nepromenljive u odnosu na promene u toj jednačini. Dakle, za predviđanje pri promenjenoj strukturi, a naročito za odluke o politici, važno je da se struktura izrazi u najautonomnijoj mogućoj formi. Insistiranje na modelima koji se zasnivaju na individualnom ponašanju proističe iz argumenta da su oni skloniji autonomnosti od kolektivističkih modela.

59 Ovo je pojam Ragnara Friša.

3. MODELI, STATISTIČKO ZAKLJUČIVANJE I PROBLEM IDENTIFIKACIJE

Pretpostavimo sada da imamo uzorak opservacija o sistemu endogenih i predeterminisanih varijabli i da treba da donesemo neke zaključke o strukturi koja ih je generisala. To je problem statističkog zaključivanja. Ovde stanja prirode predstavljaju različite moguće strukture. Kao i u ranije datoj opštoj formulaciji problema (videti drugi deo Odeljka II i šesti deo Odeljka III), pretpostavljamo da nam je poznato da te moguće strukture pripadaju određenoj klasi. To jest, o strukturi je moguće dati neke a priori tvrdnje, tako da nije potrebno razmatrati strukture koje nisu kompatibilne s tim tvrdnjama. Klasa dopustivih struktura zove se *model*. Određivanje optimalnih statističkih metoda za izbor jedne strukture iz modela tada predstavlja tehnički problem koji je, barem približno, rešen.[60]

Ovde se javlja izvesna teškoća pri statističkoj analizi koja, po svoj prilici, nije prisutna u prirodnim naukama. Uzmimo prvo veoma jednostavan nestohastički problem. Pretpostavimo da cene određuje ravnoteža između ponude i tražnje, gde su i ponuda i tražnja funkcije cene. Ako se, tokom perioda posmatranja, ne bi promenile ni ponuda ni tražnja, cena i razmenjena količina ne bi se promenile, i imali bismo samo jednu tačku na osnovu koje bi trebalo da izvedemo krive ponude i tražnje. To je očigledno nemoguće, jer postoji beskonačan broj mogućih parova krivih koje prolaze kroz posmatranu tačku. Ovaj isti problem javlja se i u stohastičkim strukturama; razmotrimo ponovo problem s ponudom i tražnjom:

$$q = a_1 p + a_2 + u \text{ (tražnja)}, \tag{13}$$
$$q = b_1 p + b_2 + n \text{ (ponuda)}, \tag{14}$$

gde je q razmenjena količina, p cena, a u i n su greške u datoj raspodeli verovatnoće. Jednačine (13) i (14) mogu se rešiti po q i p na osnovu u i n, i tada možemo da nađemo raspodelu q i p na osnovu raspodela u i n. Na primer, pretpostavimo da je $a_1 = -1$, $a_2 = 2$, $b_1 = 1$, $b_2 = 1$, a da su u i n normalno i nezavisno raspore-

60 Ključni radovi o statistici su Koopmans, Rubin and Leipnik, „Measuring the Equation Systems of Dynamic Economics", in Economic Models (1950); i Anderson and Rubin, „Estimation of the Parameters of a Single Equation in a Concrete System of Stochastic Equations", *Annals of Mathematical Statistics*, XX (1949), 46-63. U praksi se uglavnom koriste metodi iz drugog navedenog rada. Elementarnije izlaganje videti u Koopmans, „Statistical Estimation of Simultaneous Economic Relations", *Journal of the American Statistical Association*, XL (1945), 448-66; i M. A. Girshich and T. Haavelmo, „Statistical Analysis of the Demand for Food: Examples of Simultaneous Estimation of Structural Equations", *Econometrica*, XV (1947), 79-110. Važno je uočiti da jednačine (11) ne treba tretirati regresionim modelom najmanjih kvadrata od A_i preko drugih varijabli.

đeni sa srednjim vrednostima nula i varijansama 1. Tada se može pokazati da su p i q normalno i nezavisno raspodeljene sa srednjom vrednošću ½, odnosno 3/2, i varijansama ½. Sad pretpostavimo da je a_1= - ½, a_2= 7/4, b_1= 2, b_2= ½, i da su u i n normalno i nezavisno raspodeljeni sa srednjom vrednošću nula i varijansom 5/8, odnosno 5/2. Tada q i p imaju istu raspodelu kao i u prethodnom slučaju. Pošto opservacijom uzorka vrednosti p i q možemo da dobijemo samo informacije o raspodeli p i q, jasno je da nijedan takav uzorak, bez obzira na svoju veličinu, nije u stanju da omogući izbor između te dve strukture. Za model koji sadrži obe strukture kaže se da se *neidentifikovan*; uopšteno govoreći, model u kojoj ne postoje dve strukture koje generišu istu raspodelu verovatnoće endogenih varijabli zove se *identifikovani*. Da bi se dobili upotrebljivi statistički zaključci, raspon mogućih struktura mora da bude dovoljno ograničen a priori uslovima, tako da se model identifikuje.

Uslovi identifikacije razmatrani su u slučaju modela u kojima su strukture sistemi linearnih jednačina. I koncept identifikacije generalizovan je na nekoliko načina.[61]

4. KONSTRUISANJE MODELA I NAUČNE TAKTIKE

Metod naučnog istraživanja izložen u prethodnim pasusima iziskuje intenzivno a propri razmišljanje o fomulisanju modela, nakon čega sledi izbor najprikladnije strukture iz tog modela uz pomoć odgovarajućih statističkih tehnika. Upravo je najveća vrlina pristupa Kaulsove komisije u tome što je jasno predočila taj proces i razrešila mnoge statističke teškoće na putu ka realizaciji takvog pristupa. Ako smo o prirodi procesa koji istražujemo u stanju da na isključivo a priori osnovama saopštimo samo neke činjenice, tada je rezultirajući model neidentifikovan, a dalji napredak je zaustavljen.

Prema alternativnom postupku, koji primenjuje veliki broj ekonomista[62], započinje se s veoma široko i neodređeno sročenim modelom i istražuju podaci koji deluju relevantno. Ispitivanjem tih podataka dolazi se do određenijih modela koji će, s svoje strane, pružiti osnovu za dalje empirijsko istraživanje, i tako dalje. Može se postaviti pitanje kako ovaj postupak, ukoliko je prvobitni neodređeni model zaista neidentifikovan, može da dovede do bilo kakvih rezultata. Iz diskusije je moguće dobiti dva međusobno povezana odgovora: (1) opservacijama će se iz originalnog modela izabrati skup struktura koje su kompatibilne s op-

61 Koopmans, Rubin and Leipnik, *op. cit.*; Leonid Hurwitz, „Generalization of the Concept of Identification", in Koopmans (ed.) *Statistical Inference in Dynamic Economic Models* (1950). Izvanredno izlaganje koncepta identifikacije videti u Koopmans, „Identification Problems in Econometric Model Construction", *Econometrica*, XVII (1949), 125-44.

62 Videti, na primer, radove navedene u napomeni 11.

servacijama; među njima se bira ona „najjednostavnija“[63]; (2) u glavama istraživača zaista postoji identifikovan model, koji, međutim, nije formalno izražen zbog ograničenja matematike ili jezika uopšte. Možda se „jednostavne“ strukture mogu interpretirati kao strukture koje se nalaze u tom nesvesno konstruisanom modelu. Izbor između alternativnih naučnih taktika zavisi od faze formalizacije konkretne teorije. Nije moguć bilo kakav dogmatizam; određeni stepen pojednostavljenja se toleriše (i nužan je) da bi se istakle sve dobre strane formalizacije i korišćenja optimalnih statističkih modela. Ali, postoje i ograničenja; pošto statistički metodi dobro funkcionišu samo uz pretpostavku da je model ispravan, ozbiljna greška u formulisanju modela može da obezvredi ceo potonji, na njemu zasnovan empirijski rad.

Prevod: N. Silaški

63 Videti Milton Friedman, „Lange on Price Flexibility and Employment“, *American Economic Review*, XXXVI (1946), 613-31. Videti strane 616-22 o upotrebi Okamovog brijača (Occam's razor).