

**DEJAN TRIFUNOVIĆ<sup>1</sup>**

E-mail: dejan@ekof.bg.ac.rs

# HIBRIDNE AUUKCIJE I AUUKCIJE SA PREMIJOM

## HYBRID AUUKCTIONS AND PREMIUM AUUKCTIONS

---

**JEL KLASIFIKACIJA: D44.**

---

**APSTRAKT:**

*U ovom radu je dat prikaz hibridnih aukcija koje se odvijaju u dve faze i na kojima se kombinuju osnovni oblici aukcija. Prednosti hibridnih aukcija su u tome što koriste dobre osobine osnovnih aukcija na kojima su zasnovane. U radu će biti predstavljene hibridne aukcije bez premije i sa premijom. Na aukcijama sa premijom drugoplasirani licitant dobija određenu isplatu od prodavca. Ove aukcije su naročito korisne u situaciji kad na aukciji učestvuje mali broj licitanata, kad su licitanti asimetrični i kad postoji rizik od sklapanja kartelskog sporazuma među licitantima.*

**KLJUČNE REČI:****ENGLLESKO-HOLANDSKA AUUKCIJA, HOLANDSKO ENGLLESKA AUUKCIJA, AMSTERDAM AUUKCIJA, ANTVERPEN AUUKCIJA.**

**ABSTRACT:**

*This paper reviews hybrid auctions that take place in two phases and combine the basic forms of auctions. The advantages of hybrid auctions are that they use the good features of the basic auctions on which they are based. The paper will present hybrid auctions with no premium and with a premium. In premium auctions, the second-placed bidder receives a certain payment from the seller. These auctions are particularly useful in situations where a small number of bidders participate in the auction, when bidders are asymmetric and when there is a risk of collusion between bidders.*

**KLJUČNE REČI:**

ANGLO-DUTCH AUCTION, DUTCH-ANGLO AUCTION, AMSTERDAM AUCTION,  
ANTWERP AUCTION.

# 1. UVOD

Teorija aukcija razmatra strategije licanata i prodavca na različitim vrstama aukcija. Osnovna pretpostavka teorije aukcija je da licitant ima rezervacionu cenu, tj. maksimalan iznos koji je spreman da plati za predmet. Licitantova rezervaciona cena predstavlja njegovu privatnu informaciju, pri čemu vrednosti mogu da budu privatne ili međuzavisne. U slučaju dobara private vrednosti, vrednost koju jedan licitant dodeljuje predmetu ne zavisi od vrednosti koju drugi licitanti dodeljuju predmetu, tj. njihove vrednosti predstavljaju nezavisne slučajne promenljive raspodeljene u skladu sa određenom funkcijom raspodele verovatnoće.

Aukcije mogu da budu otvorene ili zatvorene. Otvorene aukcije na kojima se licitanti javno nadmeću su engleska i holandska aukcija. Aukcionar na engleskoj aukciji započinje aukciju sa početnom cenom koju postepeno povećava i nakon povećanja cene neki licitanti napuštaju aukciju. Na aukciji pobeđuje licitant koji poslednji ostane aktivan, i plaća cenu po kojoj je prethodni licitant napustio aukciju. Na holandskoj aukciji aukcionar započinje aukciju sa visokom cenom koju postepeno spušta i prvi licitant koji izrazi spremnost da kupi predmet, dobija taj predmet po trenutnoj ceni koju je odredio aukcionar.

Na aukcijama u zatvorenoj formi licitanti dostavljaju svoje ponude u zatvorenim kovertima i ovde razlikujemo aukciju po najvišoj ceni i po drugoj najvišoj ceni. Pobednik obe vrste aukcija je licitant sa najvišom ponudom i na aukciji po najvišoj ceni plaća iznos koji je ponudio, dok na aukciji po drugoj najvišoj ceni plaća iznos druge najviše ponude. U slučaju dobara privatne vrednosti, strategije licanata na engleskoj i na aukciji po drugoj najvišoj ceni su identične i oni ostaju aktivni (podnose ponudu) jednaku svojoj vrednosti. Aukcija po najvišoj ceni i holandska aukcija su ekvivalentne i licitanti na obe aukcije podnose ponudu koja je manja od vrednosti.

Postoje dva osnovna cilja koja treba da ostvari aukcijski mehanizam, koja mogu da budu konfliktna. Ako na aukciji pobeđi licitant koji ima najveću vrednost, aukcija je efikasna. Drugo, aukcija treba da omogući prodavcu da ostvari što veći očekivani prihod od prodaje.

Kod međuzavisnih vrednosti, licitanti poseduju neprecizan signal o vrednosti predmeta, a stvarna vrednost predmeta je funkcija svih signala, pri čemu licitanti mogu da dodeljuju različite pondere svom signalu i signalima konkurenata. Ako svi licitanti dodeljuju iste pondere signalima, prilikom određivanja vrednosti predmeta, u pitanju je aukcija dobara zajedničke vrednosti. Na ovim aukcijama se javlja prokletstvo pobednika koje nije prisutno na aukcijama sa privatnim vrednostima. Prokletstvo pobednika nastaje kad licitant plati određeni iznos i nakon što dobije taj predmet utvrdi da ga je platio više nego što on vredi. Ovakav ishod je moguć jer licitant podnosi ponudu na osnovu signala, koji predstavlja nepreciznu procenu vrednosti predmeta<sup>2</sup>.

Na aukciji po najvišoj i drugoj najvišoj ceni licitant nema informacije o signalima drugih licanata i veruje da ostali licitanti imaju identičan signal koji on poseduje. Usled sekvencijalnog karaktera engleske aukcije, na kojoj licitanti jedan po jedan napuštaju aukciju,

---

2 Za aukcije dobara privatne vrednosti videti detaljnije Trifunović (2010).

licitanti koji ostaju aktivni imaju uvid u cene po kojima su prethodni licitanti napustili aukciju. Ako svi koriste simetrične strategije, na osnovu cena po kojima su licitanti napustili aukciju, preostali aktivni licitanti mogu da utvrde signale licitanata koji su napustili aukciju. Otkrivanje signala konkurenata na engleskoj aukciji umanjuje prokletstvo pobjednika i preostali aktivni licitanti agresivnije podnose ponude, jer je manja verovatnoća nastanka prokletstva pobjednika, pa engleska aukcija donosi veći očekivani prihod za prodavca nego aukcija po najvišoj ceni<sup>3</sup>.

U ovom radu ćemo razmatrati hibridne aukcije koje se sastoje iz dve faze i koje kombinuju prethodno opisane osnovne oblike aukcija, tako da se iskoriste prednosti ovih aukcija. Biće analizirane englesko-holandska i holandsko-engleska aukcija, ali i aukcije sa premijom na kojima drugoplasirani licitant dobija određenu isplatu od prodavca, što ga motiviše da podiže cenu za pobjednika. Od aukcija sa premijom biće predstavljene englesko-holandska aukcija sa premijom, Amsterdam aukcija i Antwerpen aukcija.

## 2. ENGLSKO-HOLANDSKA AUUKCIJA

Na englesko-holandskoj aukciji, licitanti se nadmeću u dve faze. U prvoj fazi se odvija engleska aukcija na kojoj aukcionar povećava cenu dok ne preostanu dva licitanta. U drugoj fazi, dva preostala licitanta podnose ponudu na aukciji po najvišoj ceni (ekvivalentna holandskoj) koja ne može da bude manja od cene po kojoj je ispao poslednji konkurent u prvoj fazi. Ova aukcija kombinuje prednosti aukcije po najvišoj ceni i engleske aukcije. Aukcija po najvišoj ceni omogućava i slabijim licitantima da pobede, što dovodi do većeg učesća licitanata na ovoj aukciji. Drugo, kartelski sporazum je nestabilan na aukciji po najvišoj ceni, za razliku od engleske aukcije. Prednosti engleske aukcije su što dovodi do efikasne alokacije i što postoji mogućnost da licitanti otkriju signale drugih licitanata ukoliko su vrednosti međuzavisne.

Klemperer (1998, 2004) je predložio upotrebu englesko-holandske aukcije za prodaju 3G licenci za mreže mobilne telefonije u Velikoj Britaniji 2000. godine. Ova aukcija je privukla 13 licitanata koji su se nadmetali za 5 licenci i donela je prihod u iznosu od 22 milijarde funti.

U eksperimentalnom istraživanju koje su sproveli Abbink *et al.* (2005) nije potvrđen zaključak da englesko-holandska aukcija donosi veći očekivani prihod prodavcu od engleske aukcije. Međutim, Binmore i Klemperer (2002) smatraju da ovaj eksperiment nije dobro oblikovan i da su rezultati ostvareni prilikom prodaje 3G licenci u Velikoj Britaniji najbolja potvrda uspešnosti ove hibridne aukcije.

Englesko-holandsku aukciju u kojoj broj finalista u drugoj fazi može da bude veći od 2, razmatraju Levin i Ye (2008). Oni koriste aukciju na kojoj licitanti imaju zajedničku vrednost  $v$ , ali imaju neprecizne i nezavisno raspodeljene signale o zajedničkoj vrednosti  $v_i \sim U[v - \varepsilon, v + \varepsilon]$  i poseduju konstantnu apsolutnu odbojnost prema riziku,  $\lambda$ , tj. funkcija korisnosti je  $u(w) = w^{1-\lambda}$ .

3 Za razmatranje aukcija sa međuzavisnim vrednostima videti Trifunović (2011).

U prvoj fazi se odvija engleska aukcija i licitant će ostati aktivan dok cena ne postane jednaka njegovom signalu. Aukcionar odlučuje o broju finalista koji ulaze u drugu fazu, recimo da je to  $N-k$ . Dakle, u prvoj fazi odustaje  $k$  licanata, i poslednji licitant koji odustaje u prvoj fazi ima signal  $v_k$ . Primitimo da je u originalnoj verziji englesko-holandske aukcije  $N-k=2$ .

U drugoj fazi licitanti podnose ponude u zatvorenoj formi veće od  $v_k$  na aukciji po najvišoj ceni. Pretpostavimo da svi licitanti osim licitanta  $i$  koriste strategiju koja je striktno rastuća funkcija signala,  $\beta(v_j)$ . Očekivani profit licitanta  $i$  koji ima signal  $v_i$  i koji podnosi ponudu  $b = \beta(v_j)$  je:

$$E[\pi_i] = (\beta^{-1}(b) - v_k)^{N-k-1} (v_i - b)^{1-\lambda}. \quad (1)$$

Prvi član predstavlja verovatnoću pobeđe licitanta u drugoj fazi, što se dešava kad ostalih  $N-k-1$  finalista imaju signal veći od  $v_k$ , ali niži od  $v_i = \beta^{-1}(b)$ . Drugi član je višak koji licitant  $i$  ostvaruje u slučaju pobeđe. Na osnovu uslova prvog reda s obzirom na  $b$  dobijamo:

$$\beta'(v_i) = \frac{(N-k-1)(v - \beta(v_i))}{(1-\lambda)(v_i - v_k)}. \quad (2)$$

Na osnovu uslova da licitant sa signalom  $v_k$  ostvaruje nulti profit u drugoj fazi,  $\beta(v_k) = v_k$ , određujemo ravnotežnu strategiju licitanta:

$$\beta(v_i) = v_i + \frac{(N-k-1)}{(N-\lambda-k)}(v_i - v_k). \quad (3)$$

Ako koristimo standardnu englesko-holandsku aukciju, gde je  $k = N-2$  i ako pretpostavimo da su licitanti neutralni prema riziku,  $\lambda=0$ , strategija postaje:

$$\beta(v_i) = \frac{(v_i + v_3)}{2}, \quad (4)$$

gde je  $v_3$  treći najveći signal (vrednost u slučaju dobara privatne vrednosti).

U modelu zajedničke vrednosti sa nezavisno raspodeljenim signalima Levin i Ye (2008) zaključuju da je optimalno završiti prvu fazu aukcije kad prvi licitat odustane, i da preostalih  $N-1$  licanata uđe u drugu fazu. Logika je da svaki licitant na osnovu najnižeg i svog signala ima dovoljno informacija da ažurira procenu zajedničke vrednosti, umanjiti prokletstvo pobjednika i podnese ponudu agresivnije, jer je manje verovatno da će biti žrtva prokletstva pobjednika kad ima dva signala. Otkrivanje ostalih signala u prvoj fazi aukcije bi dodatno umanjilo prokletstvo pobjednika i povećalo očekivani prihod prodavca po osnovu agresivnijeg podnošenja ponuda licanata, ali bi umanjilo stepen konkurencije u drugoj fazi na kojoj bi učestvovalo manje licanata. Ispostavlja se da je optimum između ova dva efekta uspostavljen kad u prvoj fazi bude otkriven jedan signal, a ostalih  $N-1$  licanata učestvuju u drugoj fazi uvećavajući očekivani prihod prodavca kroz veći stepen konkurencije.

Konačno, Levin i Ye (2008) zaključuju da ukoliko licitanti imaju visoku odbojnost prema riziku, aukcija po najvišoj ceni donosi veći očekivani prihod od optimalne hibridne aukcije

u kojoj samo jedan licitanti napušta prvu fazu. U slučaju visoke odbojnosti prema riziku, povećanje očekivanog prihoda za prodavca od umanjenja prokletstva pobjednika i povećanja ponuda licitanta po tom osnovu je manje od umanjenja očekivanog prihoda po osnovu manje konkurencije u drugoj fazi u kojoj umesto  $N$  učestvuje  $N-1$  licitanti. Ukoliko je odbojnost prema riziku licitanta niska, zaključak je obrnut, i tada optimalna hibridna aukcija donosi veći očekivani prihod prodavcu od aukcije po najvišoj ceni.

### 3. HOLANDSKO-ENGLJESKA AUUKCIJA

Ovu aukciju su razmatrali Dutra i Menezes (2002) u modelu sa diskretnom raspodelom vrednosti koju licitanti dodeljuju predmetu, pri čemu vrednost ima zajedničku i privatnu komponentu. U prvoj fazi holandsko-engleske aukcije, licitanti podnose ponude na aukciji po najvišoj ceni. Prva faza se završava ukoliko je licitanti sa najvišom ponudom podneo ponudu koja je značajno veća od druge najviše ponude, tj. ako je veća od druge najviše ponude za neki unapred određeni iznos  $z$ . Ukoliko postoje ponude koje su dovoljno blizu najviše, svi licitanti koji su podneli ponude koje su za najviše  $z$  manje od najviše ponude, ulaze u drugu fazu aukcije zajedno sa licitantom koji je podneo najvišu ponudu. U drugoj fazi licitanti se nadmeću na engleskoj aukciji, pri čemu najviša ponuda iz prve faze predstavlja endogeno određenu rezervacionu cenu za drugu fazu. Polazeći od ovog rezultata, Dutra i Menezes (2002) dokazuju da holandsko-engleska aukcija donosi veći očekivani prihod prodavcu od aukcije po najvišoj ceni, jer druga faza aukcije predstavlja englesku aukciju sa endogeno određenom rezervacionom cenom u prvoj fazi.

Osobine ove aukcije analizirane su u eksperimentalnom istraživanju koje je sprovela Dutra (2001). Eksperiment je sproveden na 180 aukcija, od čega je za 84 aukcije bila potrebna druga faza, jer su konkurentne ponude u prvoj fazi bile dovoljno blizu najviše ponude. Posebno zanimljiv rezultat je da na 27 od ove 84 aukcije pobjednik druge faze aukcije nije bio licitanti koji je podneo najvišu ponudu u prvoj fazi. Ipak, na osnovu eksperimentalnih rezultata nije bilo moguće utvrditi da holandsko-engleska aukcija donosi veći očekivani prihod od aukcije po najvišoj ceni.

Ova aukcija je primenjena u privatizaciji u Brazilu. Dutra (2001) navodi da je prilikom privatizacije monopolske kompanije iz sektora telekomunikacija u Brazilu, Telebras, koja je pre prodaje podeljena na 12 nezavisnih preduzeća, korišćena holandsko-engleska aukcija. Vrednost parametra  $z$  je određena procentualno, tako da su svi licitanti koji su podneli ponude koje su bile do 5% manje od najviše ponude u prvoj fazi, učestvovali u drugoj fazi. U 10 od 12 aukcija, razlika najviše i druge najviše ponude je bila veća od 5% i nije bilo druge faze. Na 2 aukcije na kojima je postojala druga faza, licitanti sa najvišom ponudom u prvoj fazi nije bio pobjednik druge faze. Ova aukcija je još korišćena za privatizaciju Banestado banke, kad je održana i prva i druga faza aukcije, kao i za privatizaciju Banespa banke kad nije bilo druge faze aukcije.

## 4. ENGLESKO-HOLANDSKA AUKCIJA SA PREMIJOM

Englesko-holandsku aukciju sa premijom razmatraju Bochove, Boerner & Quint (2012). Prvi put je ova aukcija korišćena u Amsterdamu 1529. godine, a zatim tokom 18. i 19. veka, pre svega za prodaju obveznica, ali i za prodaju nekretnina, vina i raznih predmeta iz kolonija. Ova aukcija se odvija u dve faze. U prvoj fazi se odvija engleska aukcija i poslednji licitant koji ostaje aktivan dobija fiksni iznos premije koji je obično iznosio 0.275% vrednosti predmeta. U drugoj fazi se odvija holandska aukcija u kojoj učestvuju svi licitanti iz prve faze i koja započinje cenom višom od cene po kojoj je završena prva faza. Aukcionar postepeno spušta cenu i prvi licitant koji prihvati ponuđenu cenu pobeđuje i plaća cenu koju je odredio aukcionar. Ukoliko u drugoj fazi nijedan licitant ne izrazi spremnost da kupi predmet pre nego što cena padne na nivo cene po kojoj je završena prva faza aukcije, pobednik prve faze dobija predmet i premiju.

Prednost ove aukcije u odnosu na standardnu englesko-holandsku aukciju je u tome što u drugoj fazi učestvuju svi licitanti i nema racionisanja određenog broja licitanata u prvoj fazi, što još više umanjuje mogućnost nastanka kartela. Drugo, ako na aukciji učestvuju dva jaka licitanta i veći broj slabijih, na standardnoj englesko-holandskoj aukciji, slabi licitanti ne bi imali veliku šansu da uđu u drugu fazu, ali na englesko-holandskoj aukciji sa premijom slabi licitanti imaju priliku da učestvuju u drugoj fazi.

Bochove, Boerner & Quint (2012) razmatraju aukciju na kojoj licitanti imaju zajedničku vrednost, ali imaju samo signale o toj vrednosti koji su nezavisno raspodeljeni prema uniformnoj funkciji raspodele na jediničnom interval. Ova pretpostavka je u skladu sa predmetima koji su najčešće prodavani na ovoj vrsti aukcije, to su obveznice. Vrednost predmeta je funkcija svih signala:

$$v(\mathbf{s}) = c + \theta \frac{\sum_{i=1}^N s_i}{N}, \quad (5)$$

gde parametar  $\theta$  meri neizvesnost vrednovanja, tako da veća vrednost ovog parametra ukazuje na veću neizvesnost. Ako obeležimo iznos premije sa  $\psi$ , Bochove, Boerner & Quint (2012) dokazuju da u savršenoj bajesijanskoj ravnoteži ukoliko je  $\theta < N\psi$ , aukcija se završava u prvoj fazi, dok ako je  $\theta > N\psi$ , postoji pozitivna verovatnoća da će postojati i druga faza aukcije. Dakle, kako se povećava neizvesnost u pogledu vrednosti predmeta, povećava se verovatnoća nadmetanja u drugoj fazi aukcije.

Empirijski rezultati koji se odnose na aukcije u Amsterdamu u periodu od 1776. do 1783. godine, potvrđuju prethodni rezultat, jer su holandske državne obveznice koje su bile najsigurniji finansijski instrumenti prodane samo u 14% slučajeva u drugoj fazi aukcije, dok su obveznice privatnih kompanija i kolonijalnih plantaža (manje sigurni finansijski instrumenti) prodane u drugoj fazi aukcije u 32% slučajeva. Isto tako, obveznice koje su bile denominirane u stranoj valuti su imale veći udeo aukcija kod kojih su finansijski instrumenti prodani u drugoj fazi usled kursnog rizika. Nakon finansijske krize koja se desila u Amsterdamu krajem 1772. godine, povećan je udeo aukcija na kojima su obveznice prodane u drugoj fazi aukcije. Ukoliko je isti finansijski instrument prodat više puta u toku dana, na aukcijama koje su održane kasnije u toku dana bilo je manje aukcija koje su

završene u drugoj fazi, jer je deo neizvesnosti u pogledu vrednovanja obveznica otklonjen u toku prethodnog dela dana.

## 5. AMSTERDAM AUKCIJA

Amsterdam aukciju po najvišoj i drugoj najvišoj ceni razmatraju Goeree & Offerman (2004). Na Amsterdam aukciji po najvišoj ceni u prvoj fazi se odvija engleska aukcija dok ne ostanu dva aktivna licitanta koja ulaze u drugu fazu u kojoj podnose ponude na aukciji po najvišoj ceni, pri čemu ponuda mora da bude veća od cene po kojoj je ispao poslednji licitant u prvoj fazi. Pobednik plaća iznos koji je ponudio, a oba licitanta dobijaju premiju koja predstavlja deo,  $\alpha \in (0, 1/2]$ , razlike druge najviše ponude iz prve faze i cene po kojoj je odustao poslednji licitant u prvoj fazi. Amsterdam aukcija po drugoj najvišoj ceni se odvija na isti način, osim što pobednik u drugoj fazi plaća iznos druge najviše ponude, dok se premija određuje na isti način.

Ravnotežne strategije licitanta Goeree & Offerman (2004) određuju u modelu u kome se na aukciji nadmeće  $n$  licitanta koji imaju privatne vrednosti uniformno raspodeljene na intervalu  $[0, 1]$ . Obeležimo sa  $b_i$  strategiju licitanta u  $i$ -toj fazi i obeležimo sa  $v_3$  treću najveću vrednost koja definiše najvišu cenu u prvoj fazi  $X = b_1(v_3)$ . Dva preostala licitanta se nadmeću u drugoj fazi aukcije i podnose ponudu koja nije manja od  $X$ . Očekivani profit u drugoj fazi Amsterdam aukcije po najvišoj ceni za licitanta koji ima vrednost  $v$  i koji podnosi ponudu kao da ima vrednost  $z$  je:

$$E[\pi_2(z|v)] = (1-v_3)^{-1} \left[ (v - b_2(z))(z - v_3) + \alpha \int_{v_3}^z (b_2(w) - X) dw + \alpha (b_2(z) - X)(1 - z) \right]. \quad (6)$$

Imenilac ovog izraza  $(1-v_3)^{-1}$  predstavlja verovatnoću da licitant ima vrednost veću od  $v_3$  i da se plasirao u drugu fazu aukcije. Prvi član u srednjoj zagradi predstavlja proizvod viška koji licitant dobija u slučaju pobede  $v - b_2(z)$  i verovatnoće pobede na aukciji  $z - v_3$  (verovatnoća da drugi licitant koji učestvuje u poslednjoj fazi ima vrednost manju od  $z$  i veću od  $v_3$ ), i proizvod ova dva elementa predstavlja očekivani profit licitanta u slučaju pobede. Drugi član predstavlja očekivanu premiju koju pobednik dobija na aukciji. Verovatnoća da licitant izgubi u drugoj fazi aukcije je  $1 - z$ , tj. verovatnoća da drugi licitant ima vrednost veću od  $z$ , kad licitant dobija premiju  $\alpha(b_2(z) - X)$ .

Diferenciranjem prethodnog izraza po  $z$ , korišćenjem Lajbnicovog pravila za diferenciranje integrala i vrednovanjem ovog izraza za  $z = v$ , dobijamo sledeću diferencijalnu jednačinu:

$$v - b_2(v) + b_2'(v)[\alpha - (1 + \alpha)v + v_3] = 0. \quad (7)$$

Rešavanjem prethodne diferencijalne jednačine dobijamo:

$$b_2(v) = \frac{(v + v_3 + \alpha)}{(2 + \alpha)}. \quad (8)$$



Na osnovu izraza za očekivani profit (6), licitant koji ima vrednost  $v_3$  ostvaruje nulti profit ako učestvuje u drugoj fazi aukcije, tj.  $X = b_2(v_3)$ , tako da na osnovu izraza (8) imamo da je:

$$b_2(v_3) = \frac{(v_3 + v_3 + \alpha)}{(2 + \alpha)}, \quad (9)$$

$$v_3 = \frac{(2 + \alpha)X}{2} - \frac{\alpha}{2}. \quad (10)$$

Zamenom izraza (10) u izraz (8) određujemo ravnotežnu strategiju licitanta u drugoj fazi Amsterdam aukcije po najvišoj ceni:

$$b_2(v) = \frac{(v + \alpha/2)}{(2 + \alpha)} + \frac{X}{2}. \quad (11)$$

Na osnovu ulova za nulti profit u drugoj fazi licitanta koji ima vrednost  $v_3$  i njegove ponude u prvoj fazi, imamo da je  $X = b_1(v_3) = b_2(v_3)$  i zamenom ovog rezultata u izraz (11) dobijamo strategiju u prvoj fazi Amsterdam aukcije po najvišoj ceni:

$$b_1(v) = \frac{(2v + \alpha)}{(2 + \alpha)}. \quad (12)$$

Očekivani profit u drugoj fazi Amsterdam aukcija po drugoj najvišoj ceni za licitanta koji ima vrednost  $v$  i koji podnosi ponudu kao da ima vrednost  $z$  je:

$$E[\pi_2(z|v)] = (1 - v_3)^{-1} \left[ \int_{v_3}^z (v - b_2(w) + \alpha(b_2(w) - X))dw + \alpha(b_2(z) - X)(1 - z) \right]. \quad (13)$$

Imenilac ovog izraza  $(1 - v_3)^{-1}$  predstavlja verovatnoću da licitant ima vrednost veću od  $v_3$  i da se plasirao u drugu fazu aukcije. Prvi član u srednjoj zagradi predstavlja očekivani višak koji licitant dobija u slučaju pobede (drugi licitant ima vrednost manju od  $z$  koja je gornja granica integracije), kad plaća iznos druge najviše ponude  $v - b_2(w)$ . Drugi član predstavlja očekivanu premiju koju pobednik dobija na aukciji. Verovatnoća da licitant izgubi u drugoj fazi aukcije je  $1 - z$ , tj. verovatnoća da drugi licitant ima vrednost veću od  $z$ , kad licitant dobija premiju  $\alpha(b_2(z) - X)$ .

Diferenciranjem prethodnog izraza po  $z$ , korišćenjem Lajbnicovog pravila za diferenciranje integrala i vrednovanjem ovog izraza za  $z = v$ , dobijamo sledeću diferencijalnu jednačinu:

$$v - b_2(v) + \alpha b_2'(v)(1 - v) = 0. \quad (14)$$

Rešavanjem ove diferencijalne jednačine određujemo ravnotežnu strategiju licitanta u drugoj fazi Amsterdam aukcije po drugoj najvišoj ceni koja ne zavisi od najviše ponude u prvoj fazi,  $X$ , za razliku od Amsterdam aukcije po najvišoj ceni:

$$b_2(v) = \frac{(v + \alpha)}{(1 + \alpha)}. \quad (15)$$

Na osnovu uslova za nulti profit u drugoj fazi licitanta koji ima vrednost  $v_3$  i njegove ponude u prvoj fazi, imamo da je  $X = b_1(v_3) = b_2(v_3)$ , odakle dobijamo ravnotežnu strategiju u prvoj fazi Amsterdam aukcije po drugoj najvišoj ceni koja je ista kao i strategija u drugoj fazi:

$$b_1(v) = \frac{(v + \alpha)}{(1 + \alpha)}. \quad (16)$$

Prema teoremi o ekvivalentnosti očekivanih prihoda<sup>4</sup>, obe vrste Amsterdam aukcije donose isti očekivani prihod kao i engleska i aukcija po najvišoj ceni, ali je varijabilnost prihoda na Amsterdam aukciji niža, jer je strategija licitanta manje strma, tj. u manjoj meri zavisi od njegove vrednosti, što umanjuje varijabilitet prihoda.

Goeree & Offerman (2004) razmatraju dve vrste asimetričnih licitanata. U oba slučaja postoji jedan jaki licitant koji ima vrednost uniformno raspodeljenu na intervalu  $[L, H]$  i  $n-1$  slabih licitanata koji imaju vrednost uniformno raspodeljenu na intervalu  $[0, 1]$ . Ukoliko za donju granicu intervala jakog licitanta važi  $0 < L < 1$ , postoji deo intervala na kojima je raspodeljena vrednost jakog i slabih licitanata koji se preklapa i ovo predstavlja slabo asimetrični slučaj. Ipak, za ove vrednosti parametara nije moguće odrediti ravnotežne strategije u zatvorenoj formi.

Ako za donju granicu intervala jakog licitanta važi  $L > 1$ , nema preklapanja intervala na kojima je raspodeljena vrednost slabih i jakih licitanata i ovo predstavlja slučaj jake asimetrije. Na Amsterdam aukciji po drugoj najvišoj ceni u prvoj fazi jaki licitant ostaje aktivan dok cena ne postane jednaka njegovoj vrednosti, dok slabi licitanti ostaju aktivni dok cena ne dostigne nivo  $L$ , kad  $n-2$  slabih licitanata napušta aukciju. U drugoj fazi optimalna strategija za slabog licitanta je da podnese ponudu jednaku  $L$ , jer na taj način maksimizira premiju koju dobija, dok jaki licitant podnosi ponudu jednaku vrednosti, pošto iznos koji plaća ne zavisi od njegove ponude.

U slučaju jake asimetričnosti, na Amsterdam aukciji po najvišoj ceni u prvoj fazi jaki licitant ostaje aktivan dok cena ne postane jednaka vrednosti, dok  $n-2$  slabih licitanata napušta aukciju kad cena postane jednaka  $X$ ,  $1 \leq X \leq L$ . U drugoj fazi slabi licitant podnosi ponudu jednaku  $X$ , dok jaki licitant podnosi ponudu nešto veću od  $X$ .

U eksperimentalnom istraživanju koje su sproveli Goeree & Offerman (2004) učestvuju 4 licitanta (4 simetrična u simetričnom slučaju i jedan jaki i tri slaba u asimetričnim slučajevima). Licitanti imaju privatnu vrednost i premija na Amsterdam aukcijama je  $\alpha=0,3$ . Za slučaj simetričnih licitanata prihod je najveći na aukciji po najvišoj ceni, zatim na engleskoj, Amsterdam aukciji po najvišoj ceni i na kraju Amsterdam aukciji po drugoj najvišoj ceni. Sa slabo asimetričnim licitantima, najveći prihod je ostvaren na aukciji po najvišoj ceni, zatim na Amsterdam aukciji po najvišoj ceni, pa na Amsterdam aukciji po drugoj najvišoj ceni i na kraju engleskoj aukciji. Kad su licitanti jako asimetrični, najveći prihod se ostvaruje na Amsterdam aukciji po drugoj najvišoj ceni, zatim na Amsterdam aukciji po najvišoj ceni, pa na aukciji po najvišoj ceni i na kraju na engleskoj aukciji. Dakle, aukcije sa premijom donose najveći prihod kad su licitanti jako asimetrični uz nisku varijansu prihoda. Kad je u pitanju efikasnost, engleska aukcija je najefikasnija u sva tri slučaja, zatim sledi aukcija po najvišoj ceni, dok je efikasnost Amsterdam aukcija niža.

Broj učesnika na aukciji je fiksna, ali kao aproksimacija zainteresovanosti licitanata za učešće na aukciji može da posluži udeo licitanata koji su napustili prvu fazu aukcije po

<sup>4</sup> Prema ovoj teoremi ako su vrednosti privatne, licitanti simetrični i neutralni prema riziku, različite vrste aukcija donose isti očekivani prihod prodavcu.

ceni koja je skoro jednaka nuli. Kako se povećava asimetričnost među licitantima, udeo licitanata koji rano napuštaju aukciju se značajno povećava na engleskoj aukciji, a neznatno smanjuje na Amsterdam aukcijama.

Poređenje engleske i Amsterdam aukcije po drugoj najvišoj ceni u realnom eksperimentu izvršio je Onderstal (2017). Pored ove dve aukcije, razmatra se i Fišer aukcija koja se odvija u jednoj fazi pri čemu licitanti podnose ponude u zatvorenoj formi. Pobednik je licitanti sa najvećom ponudom, a plaća iznos koji je jednak drugoj najvišoj ponudi, dok licitanti sa drugom najvećom ponudom dobija premiju kao procentualni iznos svoje ponude (u radu je pretpostavljeno da je premija 5% od njegove ponude).

Za istraživanje je iskorišćena platforma za online eksperimentalne aukcije, a učesnici u eksperimentu su podeljeni u 3 grupe, tako da je na svakoj aukciji učestvovalo oko 300 licitanata. Onderstal (2017) dolazi do istog zaključka da engleska aukcija predstavlja povećanje disperzije koje ne menja očekivanu vrednost u odnosu na Amsterdam aukciju po drugoj najvišoj ceni. Kad je u pitanju Fišerova aukcija, ona nema efikasnu ravnotežu, jer licitanti ne koriste strategiju takvu da je ponuda striktno rastuća funkcija vrednosti. Ipak, može se zaključiti da je očekivani prihod prodavca na Fišerovoj aukciji manji od očekivanog prihoda prodavca na Amsterdam aukciji po drugoj najvišoj ceni i na engleskoj aukciji.

U ovom eksperimentu najveći broj licitanata je podneo ponudu jednaku vrednosti, deo je podneo ponudu nižu od vrednosti, a najmanji deo licitanata je podneo ponudu veću od vrednosti. Kod ove poslednje grupe licitanata, ponuda je bila neznatno veća od vrednosti na engleskoj aukciji i značajno veća od vrednosti na Amsterdam aukciji po drugoj najvišoj ceni i Fišerovoj aukciji. Na osnovu eksperimentalnih rezultata može se utvrditi da engleska aukcija donosi veći očekivani prihod od druge dve aukcije, ali da je disperzija prihoda najmanja na Amsterdam aukciji po drugoj najvišoj ceni.

Kartel na aukciji nastaje kad se licitanti dogovore pre aukcije da izaberu svog predstavnika koji će učestvovati na aukciji, dok ostali članovi kartela ne učestvuju. Na ovaj način se smanjuje konkurencija na aukciji, što omogućava predstavniku kartela da kupi predmet po nižoj ceni. Razlika između cene koju bi pobednik platio na aukciji kad kartel ne bi postojao i niže cene koju plaća kad postoji kartel, predstavlja kartelski profit koji članovi kartela dele međusobno. Kartel organizuje predaukciju na kojoj bira svog predstavnika koji će učestvovati na glavnoj aukciji.

Eksperimentalno istraživanje formiranja kartelskog sporazuma na engleskoj, aukciji po najvišoj ceni i Amsterdam aukciji po najvišoj ceni izvršili su Hu, Offerman & Onderstal (2011) koji razmatraju dva slučaja, simetrične licitante i potpuno asimetrične licitante. U slučaju asimetričnih licitanata Amsterdam aukcija po drugoj najvišoj ceni ima dve ravnoteže, agresivnu i pasivnu ravnotežu. U pasivnoj ravnoteži slabi licitanti u prvoj fazi podnose ponudu koja je manja ili jednaka njihovoj vrednosti, dok u agresivnoj ravnoteži podnose ponudu koja je jednaka donjoj granici intervala vrednovanja jakih licitanata. U agresivnoj ravnoteži Amsterdam aukcije po drugoj najvišoj ceni postoji manja verovatnoća sklapanja kartelskog sporazuma nego na aukciji po najvišoj ceni i engleskoj aukciji.

U slučaju asimetričnih licitanata postoji s jakih licitanata i  $n$ -s slabih. Jaki licitanti glasaju za formiranje kartela i kartel nastaje samo ako svi jaki licitanti glasaju za kartel. Trošak

formiranja kartela je c i on predstavlja potencijalnu kaznu koju plaćaju članovi kartela ukoliko kartel otkrije komisija za zaštitu konkurencije. Kartel će biti formiran ako je za sve članove kartela očekivana korist od formiranja kartela veća od troška njegovog formiranja. Članovi kartela organizuju predaukciju na kojoj licitanti sa najvećom ponudom predstavlja kartel na glavnoj aukciji. Pobjednik predaukcije plaća svakom članu kartela udeo  $1/(s-1)$  od svoje ponude na predaukciji.

U slučaju simetričnih licitacija verovatnoća formiranja kartela je ista za sve tri aukcije, ali je kartel manje stabilan na aukciji po najvišoj ceni i Amsterdam aukciji. Međutim, stabilnost kartela nije predmet razmatranja istraživanja koje su sproveli Hu, Offerman & Onderstal (2011). U asimetričnom slučaju vrednost koju ima neki licitanti uvek je veća od vrednosti slabog licitanta i verovatnoća formiranja kartela je manja na Amsterdam aukciji po drugoj najvišoj ceni nego na engleskoj aukciji. S druge strane, verovatnoća formiranja kartela je veća na engleskoj nego na aukciji po najvišoj ceni. Konačno, ako je na Amsterdam aukciji po drugoj najvišoj ceni ostvarena pasivna ravnoteža, veća je verovatnoća formiranja kartela na ovoj aukciji nego na aukciji po najvišoj ceni, dok ako je ostvarena agresivna ravnoteža Amsterdam aukcije po drugoj najvišoj ceni, veća je verovatnoća formiranja kartela na aukciji po najvišoj ceni.

Eksperimentalni rezultati pokazuju da je u simetričnom slučaju kartel formiran na aukciji po najvišoj ceni u većem broju slučajeva, nego što to predviđaju teorijski rezultati. Naime, pre nego što je uvedena mogućnost formiranja kartela u eksperiment, konkurencija je bila najintenzivnija na aukciji po najvišoj ceni, rezultujući u najnižem profitu za licitante, što je imalo za posledicu da bude formiran najveći broj kartela na ovoj aukciji kad je dozvoljena mogućnost formiranja kartela. Drugo, na aukciji po najvišoj ceni predstavnik kartela je mogao da odredi iznos profita koji će ostvariti na aukciji, jer je iznos koji plaća na aukciji određen njegovom ponudom. Na engleskoj aukciji profit predstavnika kartela je neizvesniji jer iznos koji plaća na aukciji zavisi od ponude drugih licitacija. Ova neizvesnost u pogledu profita dovela je do većeg formiranja kartela na aukciji po najvišoj ceni. Na aukciji po najvišoj ceni kartel je češće formiran nego na engleskoj aukciji, a na engleskoj aukciji kartel je češća pojava nego na Amsterdam aukciji po drugoj najvišoj ceni. Kod asimetričnih licitacija, kartel je formiran u manjem broju slučajeva na Amsterdam aukciji po drugoj najvišoj ceni, nego na ostale dve aukcije kod kojih je verovatnoća formiranja kartela bila gotovo ista u eksperimentu, iako bi prema teorijskim rezultatima trebalo da bude manje kartela na aukciji po najvišoj ceni.

Rezultat koji nije u skladu sa teorijskim predviđanjima je da su licitanti koji su imali nižu vrednost češće glasali za formiranje kartela, dok je prema teorijskim rezultatima verovatnoća formiranja kartela nezavisna od vrednosti. Biheviorističko objašnjenje ovog rezultata je da su licitanti sa niskim vrednostima shvatili da ne mogu da pobede na aukciji i da im je bolje da učestvuju u kartelu.

## 6. ANTVERPEN AUKCIJA

U slučaju dobara privatne vrednosti, Amsterdam aukcija po drugoj najvišoj ceni ekvivalentna je Antwerpen aukciji koja se odvija u dve faze. U prvoj fazi licitanti učestvuju na engleskoj aukciji i aukcionar postepeno povećava cenu dok ne preostanu dva licitanta. Cenu po kojoj je završena prva faza,  $X$ , možemo posmatrati kao endogeno određenu rezervacionu cenu za drugu fazu. U drugoj fazi učestvuju preostala dva licitanta na engleskoj aukciji, pri čemu je početna cena  $X$ . Licitant koji poslednji ostane aktivan pobeđuje, plaća iznos po kome je gubitnik u drugoj fazi odustao od aukcije i oba licitanta dobijaju premiju koja je proporcionalna razlici gubitničke ponude u drugoj fazi i cene po kojoj je završena prva faza aukcije,  $\alpha \in (0, 1/2]$ . Ako oba licitanta u drugoj fazi odustanu od aukcije u isto vreme, slučajnim putem se određuje pobeđnik, a oba licitanta dobijaju premiju. Ako dva od 3 preostala aktivna licitanta istovremeno odustanu u prvoj fazi po ceni  $X$ , preostali aktivni licitanti ulazi u drugu fazu, plaća cenu  $X$  i nijedan licitanti ne dobija premiju. Ukoliko svi preostali aktivni licitanti odustanu u prvoj fazi po ceni  $X$ , slučajnim putem se određuje pobeđnik od ovih licitanta i nijedan licitanti ne dobija premiju. Kako navode Hu, Offerman i Zou (2017) u Antverpenu je iznos premije obično bio određen na nivou  $\alpha=0,1$ .

Ravnotežne strategije simetričnih licitanta na Antwerpen aukciji koji mogu da budu odbojni ili skloni prema riziku razmatraju Hu, Offerman i Zou (2011) i dolaze do zaključka da se očekivani prihod prodavca povećava sa povećanjem licitantove tolerantnosti prema riziku, što znači da će prodavac koji je neutralan prema riziku imati manji očekivani prihod na Antwerpen nego na engleskoj aukciji ako ponudi premiju licitantima koji su odbojni prema riziku i veći očekivani prihod nego na engleskoj aukciji ako ponudi premiju licitantima koji su skloni prema riziku.

Detaljniju analizu Antwerpen aukcije izvršili su Hu, Offerman i Zou (2017). Ukoliko su licitanti neutralni prema riziku, prema teoremi o ekvivalentnosti očekivanih prihoda engleska i Antwerpen aukcija donose isti očekivani prihod prodavcu. Na engleskoj aukciji prihod prodavca jednak je drugoj najvišoj vrednosti, dok je na Antwerpen aukciji prihod jednak ponderisanom proseku druge i treće najviše ponude, tj.  $b^{(2)} - \alpha(b^{(2)} - b^{(3)}) = (1 - \alpha)b^{(2)} + \alpha b^{(3)}$ . Dakle, prihod na Antwerpen aukciji je funkcija dve slučajne promenljive izvučene iz iste funkcije raspodele, pa je disperzija prihoda (varijansa) manja na Antwerpen nego na engleskoj aukciji. Drugim rečima, engleska aukcija predstavlja povećanje disperzije koje ne menja očekivanu vrednost<sup>5</sup> u odnosu na Antwerpen aukciju. Kad su licitanti neutralni prema riziku, a prodavac odbojan prema riziku, prodavac preferira Antwerpen u odnosu na englesku aukciju.

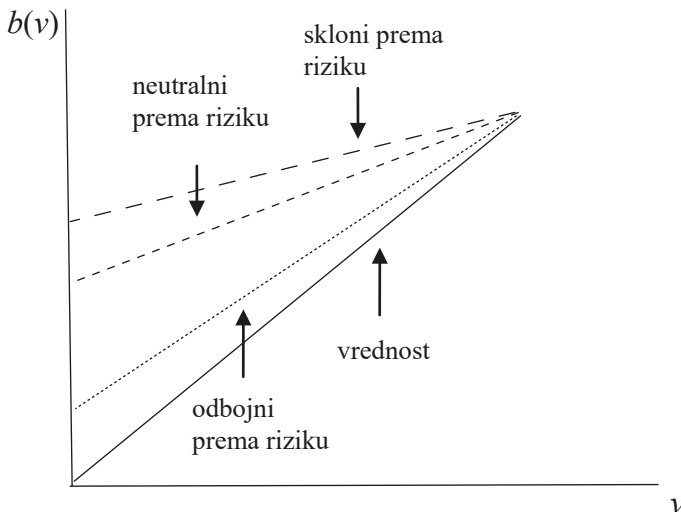
Ako su vrednosti međuzavisne, prisustvo premije umanjuje osetljivost ponude licitanta na njegov signal, tako da se umanjuje efekat međuzavisnosti (linkage principle) što dovodi do umanjivanja očekivanog prihoda prodavca. Međutim, Hu, Offerman i Zou (2017) dokazuju da ukoliko je prodavac odbojan prema riziku (bez obzira na relativni odnos odbojnosti prema riziku između kupca i prodavca), uvek postoji neki iznos premije koji dovodi i kupca i prodavca u bolji položaj. Objašnjenje je da smanjenje varijabilnosti prihoda povećava očekivanu korisnost prodavca koji je odbojan prema riziku u većoj meri

5 U smislu Rothschild i Stiglitz (1970).

nego što smanjenje očekivanog prihoda umanjuje njegovu očekivanu korisnost. U ovoj situaciji Antverpen aukcija dovodi do *ex ante* poboljšanja u Paretovom smislu u odnosu na englesku aukciju.

Kao što smo već konstatovali, Antverpen aukcija je ekvivalentna Amsterdam aukciji po drugoj najvišoj ceni u slučaju dobara privatne vrednosti. Brunner, Hu i Oechssler (2014) razmatraju strategije licanata na Antverpen aukciji za licanate koji su neutralni, odbojni ili skloni prema riziku. Pretpostavka je da licanati poseduju konstantnu apsolutnu odbojnost prema riziku, predstavljenu parametrom  $\lambda$ . Ako je  $\lambda = 0$ , licitant je neutralan prema riziku, za  $\lambda > 0$  licitant je odbojan prema riziku, a za  $\lambda < 0$  sklon prema riziku.

### ► SLIKA 1. STRATEGIJE LICANATA NA ANTVERPEN AUUKCIJI



Izvor: Brunner, Hu i Oechssler, (2014)

Ravnotežna strategija za licanata se određuje na sličan način kao u postupku koji smo prethodno prikazali za Amsterdam aukciju. Osobina ravnotežne strategije je da je opadajuća po  $\lambda$ , tj. iznos ponude opada sa povećanjem odbojnosti prema riziku. Drugo, ravnotežna strategija je rastuća funkcija premije,  $\alpha$ . Na prethodnom grafikonu prikazane su ravnotežne strategije za licanate, gde se može videti da bez obzira na stav prema riziku, licitant podnosi ponudu koja je veća od vrednosti.

Na osnovu prethodne slike možemo da vidimo da licitant koji je odbojan (sklon) prema riziku podnosi niže (više) ponude od licanata koji je neutralan prema riziku. Stoga je očekivani prihod prodavca na Antverpen aukciji veći (manji) od očekivanog prihoda na engleskoj aukciji ako su licanati skloni (odbojni) prema riziku.

U eksperimentalnom istraživanju koje su sproveli Brunner, Hu i Oechssler (2014) ispitanici su podeljeni u 2 grupe u zavisnosti od testom utvrđenog stava prema riziku (odbojni i skloni prema riziku). Eksperimentalni rezultati potvrđuju da je prihod prodavca veći kad

su licitanti skloni nego kad su odbojni prema riziku. Prihod prodavca u eksperimentu je bio malo veći od teorijskog nivoa očekivanog prihoda kad su licitanti skloni prema riziku i značajno manji kad su licitanti odbojni prema riziku, uz neto rezultat da je ostvareni prihod od obe grupe ispitanika zajedno manji od teorijskog nivoa očekivanog prihoda. Ostvareni prihod na Antverpen aukciji u eksperimentu za ispitanike koji su odbojni (skloni) prema riziku je manji (veći) od ostvarenog prihoda na engleskoj aukciji. Antverpen aukcija ima niži nivo efikasnosti od engleske aukcije, posebno kad su licitanti skloni prema riziku.

Brunner, Hu i Oechssler (2014) imaju nekoliko objašnjenja za odstupanje strategije licitanta u eksperimentu od ravnotežne strategije. Prvo, licitant može da ima uverenje da drugi licitanti imaju drugačiji koeficijent apsolutne odbojnosti prema riziku od njega. Ako jedan licitant ima uverenje da su ostali licitanti odbojniji prema riziku od njega, podneće veću ponudu nego u simetričnoj ravnoteži zasnovanoj na identičnom stavu prema riziku svih licitanata. Drugo, licitanti mogu da koriste heurističke strategije: (a) da ostanu aktivni dok cena ne postane jednaka vrednosti, (b) da ostanu aktivni dok cena ne postane jednaka vrednosti uvećanoj za tekuću premiju (određenoj kao razlika između trenutne cene koju određuje aukcionar i cene po kojoj je završena prva faza aukcije), (c) da napuste aukciju odmah nakon što na aukciji preostanu dva licitanta od 4 koliko učestvuje na aukciji, (d) da napuste aukciju odmah nakon što prvi licitant napusti aukciju. Profit licitanta za poslednje dve heurističke strategije je značajno manji od profita sa ravnotežnom strategijom, dok je za prve dve heurističke strategije profit licitanta neznatno manji od profita sa ravnotežnom strategijom. Eksperimentalni rezultati ukazuju da ponuda licitanta u drugoj fazi Antverpen aukcije (koja je ekvivalentna Amsterdam aukciji po drugoj najvišoj ceni) zavisi od cene po kojoj je završena prva faza aukcije, što nije u skladu sa ravnotežnom strategijom u savršenoj bajesijanskoj ravnoteži koju smo prethodno izveli. Treće objašnjenje je da tokom eksperimenta licitanti prilagođavaju svoju strategiju u zavisnosti od ishoda u prethodnom periodu. Naime, ako pobednik aukcije u jednom periodu ima vrednost veću od cene, u narednom periodu će podnositi ponude manje agresivno (ovo je potvrđeno u eksperimentu u 6 od 7 takvih slučajeva). S druge strane, ako licitant koji ima vrednost veću od cene koju je platio pobednik ne pobjedi na aukciji u jednom periodu, u narednom periodu će podnositi ponude agresivnije (ovo je potvrđeno u eksperimentu u 24 od 43 takva slučaja).

## 7. PRIMENE

U prethodnom istraživanju, Trifunović and Ristić (2012), pokazali smo da su hibridne aukcije mogle da donesu mnogo veći prihod od privatizacije u Srbiji. Naime, većina preduzeća u privatizaciji je prodana na engleskoj aukciji i u skoro polovini slučajeva na aukciji je učestvovao samo jedan licitant koji je platio rezervacionu cenu koju je prodavac odredio, tj. najnižu cenu koja je prihvatljiva prodavcu. Mala zainteresovanost licitanata je u nekim slučajevima verovatno bila posledica kartelskog sporazuma. Svakako bi bilo bolje da je korišćena neka od hibridnih aukcija koja bi umanjila verovatnoću sklapanja kartelskog dogovora i motivisala veći broj licitanata da učestvuju na aukciji. Engleska aukcija je u ovom slučaju predstavljala najlošiji izbor i sigurno je da bi bilo koji oblik hibridne aukcije doneo državi značajno veći prihod od prodaje preduzeća u privatizaciji.

U drugom istraživanju, Stojadinović *et al.* (2019), razmatrali smo primenu hibridnih aukcija za dodelu trasa vozova na železnici. U većini evropskih zemalja u železničkom saobraćaju postoji jedan dominantan operater u državnom vlasništvu koji ima istorijski nasleđena prava na određene trase vozova. U cilju povećanja stepena konkurencije na železničkom tržištu, neophodno je uvesti aukcije za trase vozova na kojima bi operateri podnosili ponude koje predstavljaju iznos koji su spremni da plate za korišćenje određene trase. S obzirom da su licitanti asimetrični, tj. da postoji jedan jači i nekoliko slabijih licanata, hibridne aukcije su najlogičnije rešenje jer omogućavaju i slabijim licitantima da pobeđe ili da dobiju premiju. Na aukcijama za trase vozova koje se ponavljaju učestvuju uvek isti licitanti i postoji visok rizik od sklapanja kartelskog sporazuma, pa je to drugi razlog koji ide u prilog korišćenju hibridnih aukcija.

U simulacionoj analizi koju smo predstavili u ovom radu pokazali smo da u slučaju asimetričnih licanata Englesko-holandska aukcija donosi najveći prihod upravljaču infrastrukture uz najnižu varijabilnost ukupnog prihoda, zatim sledi Amsterdam aukcija, pa aukcija po najvišoj ceni, dok engleska aukcija donosi ubedljivo najniži prihod.

Hibridne aukcije se takođe koriste i na aukcijama za kupovinu električne energije od proizvođača. Na ovim aukcijama pobeđuje licitant koji ima najnižu ponudu, tj. spreman je da proda električnu energiju po najnižoj ceni, Trifunović and Ristić (2013). Ove aukcije su složenije od onih koje smo razmatrali u ovom radu jer se na ovim aukcijama ne kupuje električna energija samo od jednog snabdevača, već od većeg broja njih. Pošto na ovim aukcijama koje se ponavljaju učestvuju isti licitanti, postoji visok rizik od sklapanja kartelskog sporazuma koji je značajno umanjen korišćenjem hibridnih aukcija.

## 8. ZAKLJUČAK

Standardne aukcije imaju određene prednosti i nedostatke. Stoga su konstruisane hibridne aukcije koje kombinuju prednosti standardnih aukcija. Za primenu teorije aukcija u praksi najznačajniji su rezultati koji se tiču povećanja stepena konkurencije i sprečavanja nastanka kartelskog sporazuma, i oba cilja se postižu primenom hibridnih aukcija. Hibridne aukcije i posebno aukcije sa premijom su pogodne u situaciji kad su licitanti asimetrični, tako da slabiji licitanti mogu da dobiju premiju što ih motiviše da duže ostanu aktivni na aukciji i povećavaju cenu za jakog licitanta.

Iako su neki oblici hibridnih aukcija korišćeni još u 16. veku, teorijska i eksperimentalna istraživanja su skoro usmerena ka ovim aukcijama u cilju proučavanja strategija licanata. Rezultati teorijskih i eksperimentalnih istraživanja ukazuju na brojne prednosti hibridnih aukcija u odnosu na standardne aukcije, pa se u budućnosti može očekivati njihova još veća primena u praksi. U prethodnim teorijskim i empirijskim istraživanjima jasno smo identifikovali prednosti hibridnih aukcija u različitim primenama: za prodaju državnih preduzeća, alokaciju trasa vozova i za aukcije za kupovinu električne energije.

Buduća istraživanja vezana za hibridne aukcije na kojima se prodaje više predmeta (kao na tržištu električne energije) se mogu očekivati, iako je sa teorijskog aspekta dosta komplikovano odrediti strategije licanata na ovakvim hibridnim aukcijama.



## 9. LITERATURA

---

Abbink, K, Irlenbusch, B. Pezanis-Christou, P. Rockenbach, B. Sadrieh, A. and Selten, R. (2005), "An Experimental Test of Design Alternatives for British 3G/UMTS Auction", *European Economic Review*, 49, 505-530.

---

Binmore, K. and Klemperer, P. (2002), "The Biggest Auction Ever: the Sale of the British 3G Telecom Licenses", *Economic Journal*, 112, C74-C96.

---

Bochove, C., Boerner, L. and Quint, D. (2012), "Anglo-Dutch Premium Auctions in Eighteenth-century Amsterdam", *working paper*.

---

Brunner, C., Hu, A., Oechssler, J., (2014), "Premium Auctions and Risk Preferences: An Experimental Study", *Games and Economic Behavior*, 87, 467-484.

---

Dutra, J. (2001), *Três Ensaios Sobre Leilões Híbridos* (Three Essays on Hybrid Auctions), Phd thesis, EPGE, Rio de Janeiro, Brasil.

---

Dutra, J. and Menezes, F. (2002), "Hybrid Auctions", *Economic Letters*, 77, 301-307.

---

Goeree, J. and Offerman, T. (2004), "The Amsterdam Auction", *Econometrica*, 72(1), 281-294.

---

Hu, A., Offerman, T., Onderstal, S., (2011), "Fighting Collusion in Auctions: An Experimental Investigation", *International Journal of Industrial Organization*, 29, 84-96.

---

Hu, A., Offerman, T., Zou, L., (2011), "Premium Auctions and Risk Preferences", *Journal of Economic Theory*, 146, 2420-2439.

---

Hu, A., Offerman, T., Zou, L., (2018), "How Risk Sharing may Enhance Efficiency of English Auctions", *Economic Journal*, 128, 1235-1256.

---

Klemperer, P. (1998), "Auctions with Almost Common Values: "The Wallet Game" and its Applications", *European Economic Review*, 42, 757-769.

---

Klemperer, P. (2004): *Auctions: Theory and Practice*, New Jersey, Princeton University Press.

---

Levin, D., Ye, L., (2008), "Hybrid Auctions Revisited", *Economics Letters*, 99, 591-594.

---

Onderstal, S., (2017), "Premium Auctions in the Field", *Working paper*.

---

Rothschild, M., and Stiglitz, J. (1970), "Increasing risk: I. A definition", *Journal of Economic Theory*, 2(3), 225-243.

---

Stojadinović, N., Bošković, B. Trifunović, D. and Janković, S. (2019), "Train Path Congestion Management: Using Hybrid Auctions for Decentralized Capacity Allocation", *Under review*.

---

Trifunović, D. (2010). Optimal Auction Mechanisms with Private Values”, *Economic Annals*, 184, 71-112 .

---

Trifunović, D. (2011), “Single Object Auctions with Interdependent Values”, *Economic Annals*, 187, 125-170.

---

Trifunović, D., and Ristić, B. (2012), “Optimality of English and First-price Auctions in Serbian Privatisation”. in B. Cerović, M. Jakšić, Z. Mladenović and A Prašćević (Eds.), *From Global Crisis to Economic Growth: which Way to take?* Volume I: Economics (323-345), Faculty of Economics, Belgrade.

---

Trifunović, D., and Ristić, B. (2013), “Multi-Unit Auctions in the Procurement of Electricity”, *Economic Annals*, 197, 47-77.

---