

<https://doi.org/10.54318/eip.2022.nk.307>NIKOLA KOSANOVIĆ<sup>1</sup>

nikola.kosanovic@aurora.ekog.bg.ac.rs

# PRIMENA TEORIJE MREŽA U OPTIMIZACIJI PORTFOLIJA

## APPLICATION OF NETWORK THEORY IN PORTFOLIO OPTIMIZATION

JEL KLASIFIKACIJA: G10, G11, C00

### APSTRAKT:

Svetska finansijska kriza 2007/8. pokazala je da diversifikovani portfoliji ipak mogu da dožive ozbiljne gubitke. Ovakvi gubici su rezultat nerazumevanja sistemskog rizika i uloge diversifikacije u njegovom kreiranju. Zato je nakon krize pažnja istraživača usmerena na optimizaciju portfolija u uslovima sistemskog rizika. Nemali broj radova ukazao je da su portfoliji koji su uvažili sistemski rizik ostvarili bolje rezultate od onih diversifikovanih prema Modernoj portfolio teoriji. Kriza je usmerila pažnju i u međusobnu isprepletenost učesnika, instrumenata i portfolija na tržištu, te se teorija mreža nameće kao alat za analizu ovakve tržišne strukture. Teorija mreža tržište akcija predstavlja kao mrežu u kojoj su akcije čvorovi, dok su ivice određene korelacijom prinosa među tim akcijama. Optimizacija portfolija zasnovana na teoriji mreža polazi od centralnosti kao mere sistemskog rizika. Centralnost akcije ukazuje na njen značaj za mrežu kao celinu. Između optimalnih pondera portfolija i centralnosti akcije postoji negativna veza. Na kraju rada je dat pregled investicionih strategija koje integrišu sistemski rizik u optimizaciju portfolija uključivanjem centralnosti akcija. Cilj rada je da istakne važnost uključivanja sistemskog

1 Ekonomski fakultet, Univerzitet u Beogradu.

*rizika u optimizaciju portfolija, a posebno da naglasi mesto teorije mreža u razumevanju sistemskog rizika i njenu primenu u investicionim strategijama.*

**KLJUČNE REČI:****OPTIMIZACIJA PORTFOLIJA, CENTRALNOST, TEORIJA MREŽA****ABSTRACT:**

*World financial crisis 2007/8. showed that diversified portfolios can still suffer serious losses. Such losses are the result of a lack of understanding of systemic risk and the role of diversification in its creation. Therefore, after the crisis, the attention of researchers is focused on portfolio optimization in conditions of systemic risk. Many papers indicated that portfolios that considered systemic risk achieved better results than those diversified according to Modern portfolio theory. The crisis has also drawn attention to the interconnectedness of market participants, instruments and portfolios. So, network theory is emerged as a tool for analyzing that market structure. Network theory presents the stock market as a graph in which stocks are nodes, while the edges are determined by the correlation of returns among those stocks. Portfolio optimization based on network theory uses centrality as a measure of systemic risk. The centrality of the stock indicates its importance for the network as a whole. There is a negative relationship between the optimal weights of the portfolio and the centrality of the stock. Finally, an overview of investment strategies is given. They integrate systemic risk into portfolio optimization by including centrality of stocks. The aim of this paper is to emphasize the importance of including systemic risk in portfolio optimization, and especially to emphasize the place of network theory in understanding systemic risk and its application in investment strategies.*

**KEYWORDS:****PORTFOLIO OPTIMIZATION, CENTRALITY, NETWORK THEORY**

# 1. UVOD

Svetska ekonomska kriza iz 2007/2008. godine ukazala je da i dobro diversifikovani portfoliji mogu da ostvare znatne gubitke, te da diversifikacija ne pruža zaštitu od tih gubitaka baš onda kada je najpotrebnije (u periodima krize i/ili povećane volatilnosti). Sa druge strane, oslanjanje na Modernu portfolio teoriju i jedino na diversifikaciju nije doprinelo ublažavanju krize ili bržem oporavku nakon nje. Portfoliji indeksnih fondova koji su pratili S&P 500 indeks (kao reper tržišnog portfolija, a time i široke diversifikacije) pretkrizni nivo iz oktobra 2007. godine dostigli su tek nakon pet i po godina, u aprilu 2013.

Ovu krizu Markowitz i Blay (2013) okarakterisali su kao traumom koja je dovela do ozbiljnog preispitivanja efikasnosti portfolija diversifikovanih prema Modernoj portfolio teoriji. Ljudi su se pitali da li smo ušli u novu eru, sa potrebama za novim pravilima konstrukcije portfolija i novim razumevanjem rizika koji je nadmašio konvencionalne ideje o sistemskom i idiosinkratskom riziku<sup>2</sup>. Dakle, glavni nedostatak ove teorije ogleda se u nerazumevanju sistemskog rizika, a posebno uloge diversifikacije u njegovom kreiranju. Do njega dolazi kada su akcije finansijskih institucija koje su usmerene na diversifikaciju portfolija optimalne individualno, dok se može pokazati da su nedovoljno optimalne za društvo<sup>3</sup>. Korisnost diversifikacije zavisi od: (1) *broja aktiva na tržištu* (što je broj aktiva na nekom tržištu manji to su efekti diversifikacije slabiji), (2) *korelacije između rizika u okviru jedne klase aktive* (veća korelacija smanjuje koristi diversifikacije), (3) *debljina repa raspodele rizika* (*heavy-tailedness of the risks*, što je deblji rep raspodele rizika to su koristi diversifikacije manje), (4) *dužina oporavka ekonomije posle sistemskog šoka* (što je oporavak duži, diversifikacija je skuplja), (5) *visine diskontne stope* (niska diskontna stopa ne ide u prilog diversifikaciji).

Koristi za društvo se smanjuju sa rastom sistemskog rizika koji nastaje kao posledica procesa diversifikacije u kome finansijske institucije kreiraju međusobno korelisane portfolije<sup>4</sup>. Dakle, iako finansijski posrednici preuzimaju rizike nezavisno, generišu veću međupovezanost čime povećavaju sistemski rizik. Tako je globalizacija finansijskih tržišta i sve jača kreditna povezanost privrednih učesnika (posebno finansijskih institucija) tokom protekle tri decenije dovela do visoke stope istovremenih bankrotstava<sup>5</sup>. Kriza 2007. naglasila je važnost razumevanja finansijske zaraze: scenarija u kome bankrot jedne finansijske institucije vodi ogromnim gubicima za drugu, pa čak i do njenog bankrota, a dalje i do sloma finansijskog sistema. Iz tog razloga efektivni nadzor finansijskog sistema zahteva monitoring direktnih i indirektnih finansijskih veza<sup>6</sup>. Za analizu tih veza obično se koristi teorija mreža jer doprinosi razumevanju kanala kojima se odvija transmisija finansijskog šoka, odnosno prenošenja rizika između finansijskih institucija. U slučaju da je inicijalni šok dovoljno jak, finansijski poremećaj se velikom brzinom može proširiti na čitav sistem i pretvoriti se u finansijsku zarazu<sup>7</sup>. Sa druge strane, primena teorije mreža može da pomogne regulatorima i donosiocima politika da procene eksternalije za ostatak

2 Markowitz and Blay (2013), str. XV.

3 Ibragimov, Jaffee and Walden (2011), str. 344.

4 Acharya (2009), str. 226.

5 Božović (2021), str. 4.

6 Espinosa-Vega and Sole (2010), str. 3.

7 Cvijanović i Živković (2014), str. 12.

finansijskog sistema prateći preliivanja koja će proizići iz direktnih finansijskih veza<sup>8</sup>. Regulatori mrežnim modelom nastoje da utvrde potencijal za nastanak domino efekta, odnosno obim i težinu finansijske zaraze.

## 2. PREGLED LITERATURE: OPTIMIZACIJA PORTFOLIJA U USLOVIMA SISTEMSKOG RIZIKA

Literatura na temu optimizacije portfolija u uslovima sistemskog rizika relativno je novijeg datuma. Biglova, Ortobelli and Fabozzi (2014) meru sistemskog rizika definisali su kao koočekivani gubitak na repu raspodele prinosa – *CoETL* (*co-expected tail loss*), tj. proseka gubitaka portfolija u uslovima finansijske nestabilnosti. Sa druge strane, autori su definisali i meru koočekivanog profita na repu raspodele prinosa – *CoETP* (*co-expected tail profit*), kao prosek prinosa portfolija kada cene svih aktiva rastu. Mera sistemskog rizika uključena je u optimizaciju portfolija kroz zahtev za maksimizaciju *CoRachev* racija, tj. količnika  $CoETP_{\beta}/CoETL_{\alpha}$ . Empirijski rezultati do kojih su autori došli pokazali su da uključivanje sistemskog rizika kroz *coRachev* racio nudi šansu za generisanje boljih performansi nego druge strategije, uključujući i optimizaciju portfolija maksimizacijom *Sharpe*-ovog racija.

Za meru sistemskog rizika Dehghan Dehnavi, et al. (2020) takođe koriste *CoRachev* racio, dok se za rešavanje problema optimizacije portfolija u uslovima sistemskog rizika oslanjaju na tri samoadaptivna metaheuristička algoritma (*genetic*, *dragonfly*, *imperialist*). Procena performansi ovih algoritama vrši se prema jednogodišnjem proseku vrednosti funkcije cilja dan po dan. Rezultati ovih autora takođe su pokazali da razmatranje sistemskog rizika pri optimizaciji portfolija doprinosi boljem odlučivanju na dnevnom nivou o strukturi portfolija.

Capponi and Rubtsov (2021) razmatraju portfolio u kome investitor nastoji da minimizira očekivani gubitak portfolija koji je uslovljen sistemskim događajem, koji određuje iznos tržišnog prinosa koji je jednak ili ispod VaR nivoa, a koji zadovoljava zahtev o očekivanoj stopi bezuslovnog rasta portfolija. Za meru sistemskog rizika autori koriste *VaR* i *CoVaR*, a problem optimizacije portfolija svode na izbor onog portfolija koji ima najbolje performanse u okruženju niskih prinosa i u uslovima finansijske nestabilnosti. U radu je pokazano da kada standardna devijacija portfolija raste, onda prinosi portfolija postaju senzitivniji na korelaciju portfolija i sistema.

Nedostatak moderne portfolio teorije u zanemarivanju sistemskog rizika Lin, Jose and Abderrahim (2020) pokušavaju da prevaziđu uključivanjem uticaja sistemskih događaja na *Sharpe*-ov racio. Ovakvim događajima smatraju se veliki padovi tržišnog indeksa ispod određenog praga tokom zadatog vremenskog horizonta. Prag koji su autori razmatrali je -6,7% u toku mesec dana. Rezultati pokazuju da je strategija upotrebe modifikovanog *Sharpe*-ovog racija (*CoRS*) nadmašila ostale tri strategije koje su razmatrane u periodu 2007-2020 za američko tržište. Godišnja stopa prinosa *CoRS* portfolija za posmatrani period iznosi 8,22%, za strategiju maksimizacije običnog *Sharpe*-ovog racija 6,06%,

8 Allen and Babus (2008), str. 11.

naivna strategija ekvivalentnih pondera ostvarila je 2,13%, dok je portfolio minimalne varijanse ostvario 2,02%. Iako je manje diversifikovan, portfolio koji je uvažio sistemski rizik ostvario je bolje rezultate jer je u njega uključen mali broj otpornijih akcija na finansijsku nestabilnost.

### 3. CENTRALNOST KAO MERA SISTEMSKOG RIZIKA

Finansijska kriza pokazala je da arhitektura finansijskog sistema igra odlučujuću ulogu u oblikovanju sistemskog rizika<sup>9</sup>, koja se sastoji od finansijskih institucija i veza među njima. Finansijski sistem predstavlja mrežu u kojoj su čvorovi finansijske institucije, dok ivice predstavljaju njihove odnose. Pojedinačni segmenti tržišta takođe mogu da budu predstavljeni svojom arhitekturom/mrežom. Tako za bankarski sektor posmatramo mrežnu strukturu u kojoj su čvorovi banke, dok ivice predstavljaju međubankarske kredite ili učešća u kapitalu subsidijara (kada posmatrano bankarsku grupaciju). Aktuelna finansijska kriza je nedvosmisleno pokazala da vlasnička struktura banaka igra važnu ulogu kako u nastanku i prenošenju krize u finansijskom sektoru zemalja CESE, tako i u prenošenju krize na realni sektor regiona<sup>10</sup>. Kriza je takođe pokazala da je mrežni pristup neophodan u procesu identifikovanja najuticajnijih čvorova (banaka) mreže, kako bi se na vreme sprečio kolaps finansijskog sistema ili lanac bankrotstava i nelikvidnosti.

Drugi segment finansijskog tržišta, tržište akcija, takođe može da se predstavi mrežom u kojoj akcije predstavljaju čvorove, dok ivice treba da oslikavaju odnose među nekim njihovim atributima (obično korelaciju među prinosima). Da bi između dva čvora (akcije) postojala ivica jačina veze (koeficijent korelacije) treba da prelazi unapred definisani prag. Na ovaj način dobija se struktura zavisnosti akcija (*the dependency structure*), te se redukcijom centralnih čvorova kreira portfolio koji je bolje diversifikovan, što smanjuje njegov rizik. Distribucija akcija u mrežnoj strukturi tržišta u zavisnosti od njihove pozicije u mreži govori o brzini i dinamici prenošenja rizika i šokova kroz mrežu.

#### 3.1. Centralnost akcija

Svaka mreža može da se predstavi kao graf  $(N, g)$ , gde je  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  skup čvorova, a  $g$  matrica susedstva  $n \times n$  (*adjacency matrix*), u kojoj  $g_{ij}$  predstavlja vezu između čvora  $i$  i čvora  $j$ . Ova matrica pokazuje između kojih čvorova postoji veza, a za one za koje postoji kažemo da su susedi. Za neponderisanu mrežu vrednost  $g_{ij}$  biće 1 ukoliko su čvorovi susedi, a ukoliko nisu onda je  $g_{ij} = 0$ . Susedstvo čvora  $i$  je skup svih drugih čvorova sa kojima je čvor  $i$  povezan, dok je stepen čvora broj veza u kojima se pojavljuje čvor  $i$ .

Analiza čvorova na mikro nivou (susedstvo i stepen čvora) ne pruža uvid u značaj određenog čvora za mrežnu strukturu. Čvor može da ima veliki broj suseda i da se nalazi na većem broju puteva, ali da i dalje ne bude važan u strukturi mreže za širenje određene pojave. Iz tog razloga dalji predmet naše analize je organizacija mreže, o čemu govori

9 Acemoglu, Ozdaglar and Tahbaz-Salehi (2015), str. 564.

10 Urošević, Božović i Živković (2010), str. 155.

stepen centralnosti svakog čvora<sup>11</sup>. Mere mrežne centralnosti ili sociometrijskog statusa opisuju poziciju subjekta u pogledu karakteristika njegovog okruženja<sup>12</sup>.

Sa makro stanovišta, u analizu čvorova pored kvantiteta veza sa susedima treba uvrstiti i kvalitet tih veza. Prema tome čvor sa malim brojem visoko kvalitetnih suseda može da nadmaši čvor sa većim brojem mediokritetskih kontakata<sup>13</sup>. Centralnost koja uvažava oba kriterijuma važnost čvora meri u odnosu na važnost njegovih suseda, dok važnost suseda zavisi od značaja njihovih suseda itd. Iako je ovo rekurzivna mera, u praksi se koristi centralnost svojstvenog vektora (*eigenvector centrality*) koja nudi jedinstveno rešenje.

Osnovna ideja ove mere centralnosti ogleda se u činjenici da je centralnost čvora proporcionalna sumi centralnosti suseda. Dakle, veću centralnost čvor može da duguje ili većoj povezanosti (čvor ima više suseda) ili povezanosti sa visoko centriranim susedima. Ovu meru centralnosti možemo da posmatramo i kao model rizika<sup>14</sup>, takav da je dugoročni rizik čvora funkcija nivoa rizika njegovih suseda.

Centralnost svojstvenog vektora ( $C^e(g)$ ) je

$$\lambda C_i^e(g) = \sum_{j=1}^n g_{ij} C_j^e(g) \quad (1)$$

ili u matičnom obliku

$$\lambda C^e(g) = g C^e(g) \quad (2)$$

gde je  $\lambda$  svojstvena vrednost.

Centralnost svojstvenog vektora čvora  $i$  je svojstveni vektor<sup>15</sup> matrice susedstva koja definiše mrežu, sa svojstvenom vrednošću  $\lambda$ . Broj svojstvenih vektora određen je dimenzijom matrice susedstva (postoji  $n$  svojstvenih vektora za matricu susedstva  $g_{n \times n}$ ).

Ukoliko pretpostavimo da tražimo nenegativni svojstveni vektor (centralnost čvora je pozitivna ili nula), sledi da svojstveni vektor mora da bude vodeći svojstveni vektor, tj. onaj vektor kome korespondira najveća svojstvena vrednost. Kada je matrica susedstva nenegativna stohastička matrica (suma svake nenulte kolone je 1), postojaće nenulti svojstveni vektor za pripadajućom svojstvenom vrednošću  $\lambda=1$  (posledica *Perron-Frobenius* teoreme<sup>16</sup>). Centralnost svojstvenog vektora čvora  $i$  je proporcionalna  $i$ -toj komponenti svojstvenog vektora. Iako je ova mera centralnosti arbitrarna u odnosu na skalar, svrha mera centralnosti je obično da se izabere najvažniji čvor u mreži ili da se čvorovi rangiraju od najvažnijih do najmanje važnih<sup>17</sup>.

11 Stepen centralnosti i centralnost čvora ukazuju na isto svojstvo čvora.

12 Friedkin (1991), str. 1479.

13 Newman (2008), str. 5.

14 Borgatti (2005), str. 61.

15 Za matricu  $T_{n \times n}$  svojstveni vektor  $v$  je nenulti vektor takav da je  $Tv = \lambda v$ , dok je  $\lambda$  skalar koji predstavlja svojstvenu vrednost.

16 Teoremu i njen dokaz pogledati u Meyer (2000).

17 Newman (2018), str. 161.

## 4. PONDERI OPTIMALNOG PORTFOLIJA

### 4.1. Rezultati moderne portfolio teorije

Optimizacija portfolija podrazumeva izbor konstituenata portfolija, odnosno aktiva i HoV koje će odgovarati predefinisanoj riziko averziji investitora, kao i očekivanom *trade-off* između rizika i prinosa. Investitor koji ulaže u rizičnu aktivu svoja sredstva uvek može da investira u portfolio sa minimalnom varijansom ili u tržišni portfolio.

Problem optimizacije prvog portfolija svodi se na

$$\min \sigma_p^2 = \omega^T \sigma \omega \quad (3)$$

za ograničenje  $\omega^T \mathbf{1} = 1$ , gde je  $\omega$  matrica pondera, a  $\sigma$  kovarijansna matrica prinosa. Optimalni ponderi portfolija sa minimalnom varijansom su

$$\omega^* = \frac{\sigma^{-1} \mathbf{1}}{\mathbf{1}^T \sigma^{-1} \mathbf{1}} \quad (4)$$

Neka je korelaciona matrica prinosa  $R_p$ , a dijagonalna matrica standardnih devijacija prinosa akcija  $D = \text{diag}(\sigma_i)$ . Veza između kovarijansne i matrice korelacija je  $\sigma = DR_p D$ . Onda su optimalni ponderi (jednačina 4) prikazani kroz korelacionu matricu prinosa

$$\omega_{mv}^* = \psi_{mv} R_p^{-1} \varepsilon \quad (5)$$

gde je  $\omega_{i,mv}^* = \omega_i^* \times \sigma_i$ ,  $\psi_{mv} = 1 / (\mathbf{1}^T \sigma^{-1} \mathbf{1})$  i  $\varepsilon_i = 1 / \sigma_i$ . Optimalni ponderi portfolija minimalne varijanse predstavljaju funkciju standardne devijacije prinosa i njihove korelacije. Na optimalne pondere ne utiču stope prinosa aktiva.

Sa druge strane, ukoliko investitor svoja sredstva investira u tržišni portfolio i nerizičnu aktivu (čiji prinos označavamo  $r_f$ ), a vektor očekivanih riziko premija označimo kao  $R_e$  (gde je  $r_i^e = r_i - r_f$ ), dok unapred zadat nivo riziko premije za portfolio označimo kao  $R_{e^*}$ , onda je takav portfolio efikasan ukoliko ima najnižu moguću varijansu

$$\min \sigma_p^2 = \omega^T \sigma \omega \quad (6)$$

tako da je  $\omega^T R_e = R_{e^*}$ . Pošto se investitor može nalaziti na liniji alokacije kapitala i van efikasne granice, uslov  $\omega^T \mathbf{1} = 1$  ne mora da važi (deo sredstava je uložen i u nerizičnu aktivu). Sa druge strane, ukoliko investitor bira tangentni (tržišni) portfolio linije alokacije kapitala i efikasne granice, važiće prethodno jer je  $\omega_f = 0$ . Optimalni ponderi takvog portfolija su

$$\omega^* = \frac{R_{e^*}}{R_e^T \sigma^{-1} R_e} \sigma^{-1} R_e \quad (7)$$

Takođe, ove pondere možemo da prikažemo kroz korelacionu matricu prinosa

$$\omega_{MV}^* = \psi_{MV} R_\rho^{-1} \hat{R}_e \quad (8)$$

gde je  $\omega_{i,MV}^* = \omega_i^* \times \sigma_i$ ,  $\psi_{MV} = R_e^* / (R_e^T \sigma^{-1} R_e)$ , i  $\hat{R}_{ei} = R_{ei} / \sigma_i$ .

## 4.2. Uticaj centralnosti na pondere portfolija

Moderna portfolio teorija zahteva hronološku konzistentnost u ponašanju prinosa i varijanse akcija. Sa druge strane, određivanje pondera portfolija na osnovu centralnosti zahteva konzistentnost mrežne strukture tržišta akcija, koja je potvrđena empirijski<sup>18</sup>.

Ukoliko mrežnu strukturu tržišta akcija obeležimo kao  $sm$ :  $\{N_{sm}, g_{sm}\}$ , gde je  $N_{sm}$  broj akcija na tržištu, a  $g_{sm}$  matrica susedstva, tj. matrica korelacija prinosa (na glavnoj dijagonali ove matrice nalaze se nule da bi se izbegla samopovezanost, a što ne menja strukturu svojstvenih vektora, niti redosled svojstvenih vrednosti); a sa  $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  i  $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$  skup svojstvenih vektora i skup pripadajućih svojstvenih vrednosti, respektivno, u opadajućem poretku, onda su optimalni ponderi prethodna dva portfolija

$$\omega_{mv}^* = \psi_{mv} \varepsilon + \psi_{mv} \left( \frac{1}{\lambda_1} - 1 \right) \varepsilon_m v_1 + \Gamma_{mv} \quad (9)$$

$$\omega_{MV}^* = \psi_{MV} \hat{R}_e + \psi_{MV} \left( \frac{1}{\lambda_1} - 1 \right) \hat{R}_e^m v_1 + \Gamma_{MV} \quad (10)$$

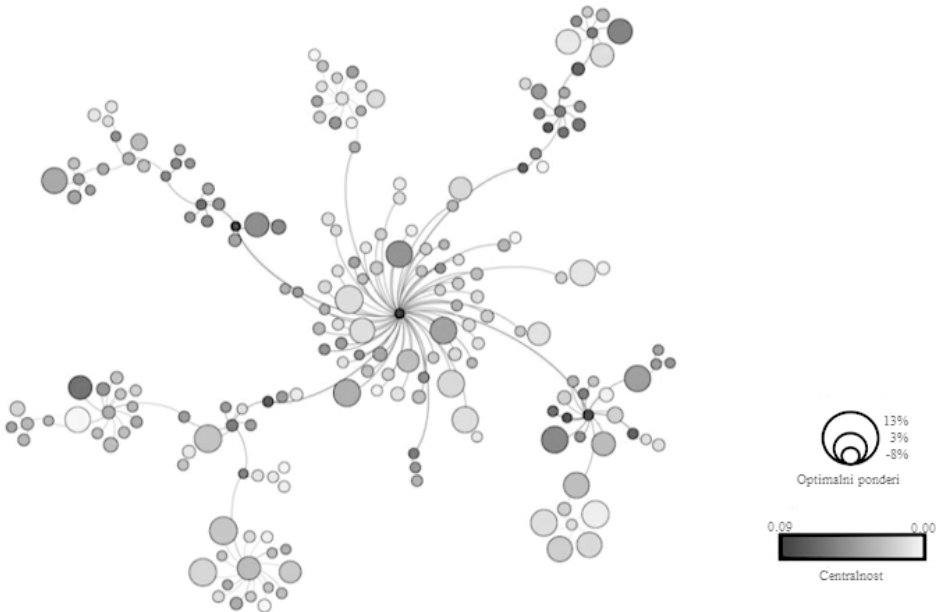
pri tome je  $\Gamma_{mv} = \psi_{mv} \left[ \sum_{i=2}^n (1/\lambda_i - 1) v_i v_i^T \right] \varepsilon$ ,  $\Gamma_{MV} = \psi_{MV} \left[ \sum_{i=2}^n (1/\lambda_i - 1) v_i v_i^T \right] \hat{R}_e$ ,  $\varepsilon_m = v_1^T \varepsilon$

(ponderisana prosečna inverzna standardna devijacija prinosa, pri čemu su ponderi dati svojstvenim vektorom  $v_1$ ),  $\hat{R}_e^m = v_1^T R_e$  (ponderisana prosečna matrica Sharpe-ovih racija). Najveći informacioni značaj ima najveća svojstvena vrednost i njen odgovarajući svojstveni vektor, te iz tog razloga uvodimo  $\Gamma_{mv}$  i  $\Gamma_{MV}$  za  $v_i$  i  $\lambda_i$  za  $i \geq 2$ .

Prvi deo jednačina 9 i 10 predstavlja investiranje na prinos-rizik bazi. Dakle, u obzir se uzimaju individualne performanse akcija – niža volatilitnost akcije i viša vrednost Sharpe-ovog racija znači veći ponder u optimalnom portfoliju, i obrnuto. Drugi deo ove dve jednačine predstavlja komponentu sistemskih performansi akcija izraženu pomoću centralnosti tih akcija. Kada je  $\lambda_1 > 1$ , a  $\hat{R}_e^m$  i  $\varepsilon_m$  pozitivno, onda je veća centralnost svojstvenog vektora akcije  $i$  konzistentna sa nižim ponderom optimalnog portfolija u obe strategije.



▶ SLIKA 1. OPTIMALNI PONDERI PORTFOLIJA U ZAVISNOSTI OD CENTRALNOSTI AKCIJA



Izvor: Zareei (2016), str. 121.

Na slici 1 prikazani su ponderi optimalnog portfolija prema stepenu centralnosti za strategiju minimalne varijanse za portfolio koji uključuje 200 kompanija sa najvećom tržišnom kapitalizacijom iz S&P 500 indeksa, tako da veličina čvora pokazuje veličinu pondera, dok intezitet boje svakog čvora pokazuje njegov stepen centralnosti. U skladu sa jednačinom 9, akcije koje su više centrirane (obojene tamnije) u strukturi tržišta akcija nose manje optimalne pondere (manji prečnik čvora).

## 5. INVESTICIONE STRATEGIJE

### 5.1. Strategija periferija-centar

Ova strategija podrazumeva identifikovanje dva glavna regiona na tržištu akcija – periferije i centra, a u zavisnosti od centralnosti akcija na tržištu. Sa smanjivanjem centralnosti akcije se udaljavaju od centra tržišta i postaju periferija. Da bi sebi olakšao izbor akcija za portfolio investor treba da odredi tzv. ciljanu grupu akcija, odnosno ciljani region iz koga bira akcije, a što presudno zavisi od interakcije sistemskih i individualnih performansi akcija.

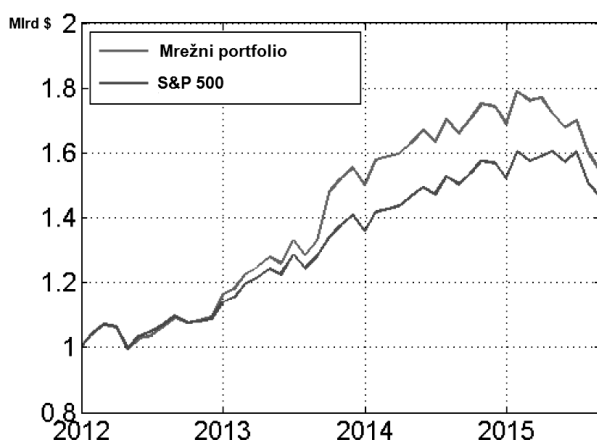
Odnos prosečnih korelacija između individualne (*Sharpe*-ovog racija) i sistemske dimenzije (centralnosti) akcija u ova dva regiona definiše region koji je osetljiv na izbacivanje iz investicionog skupa<sup>19</sup>. Negativni koeficijent korelacije ( $\rho$ ) znači da akcije na periferiji imaju visok *Sharpe*-ov racio, tj. nižu volatilnost, i nižu centralnost, te ne postoji *trade-off* između centra i periferije. Ukoliko je  $\rho$  blizu nule ne postoji preferirani region mreže jer se ne može identifikovati region koji sadrži akcije sa boljim individualnim performansama. Da bi se izbegla velika varijansa portfolija, periferija predstavlja bolji izbor. Sa rastom korelacije iznad nule, pojavljuje se mogućnost za *trade-off* i izbor optimalnog regiona pomera se ka centru. Dakle, akcije na periferiji su bolja opcija u svim slučajevima osim kada je korelacija između individualne i sistemske dimenzije dovoljno visoka da kompenzuje prihvatanje sistemskog rizika. Ovo ubrzava proces portfolio selekcije jer tržište akcija sužava na određeni investicioni region.

## 5.2. Aktivna strategija

Investitor ne mora uvek da izbegava sistemski rizik, već može da njegovim preuzimanjem poveća svoje očekivane prinose. Tada se investiciona strategija bazira na izboru onih akcija koje imaju najveću prosečnu centralnost (prosek različitih mera centralnosti, kao što su centralnost stepena čvora, relaciona centralnost ili centralnost po bliskosti).

Rezultati ove strategije (slika 2) pokazuju da portfolio koji u sebi sadrži najcentralnije akcije može svojim prinosisima da značajno premaši tržišni *benchmark* koji je dobro diversifikovan. Treba zapaziti da je period 2012-2016 period izrazitog rasta tržišta (preko 60%) i da konvergencija ovog portfolija indeksu pri kraju 2015 ukazuje da se promena trenda tržišta vrlo snažno odražava na vrednost ovakvog portfolija.

► SLIKA 2. AKTIVNA STRATEGIJA



Izvor: Sun, Tian and Yang (2015), str. 8.

## 5.3 $\Delta\text{CoVaR}$ strategija

Kod optimizacije portfolija minimalne varijanse umesto matrice varijansi-kovarijansi može se koristiti  $\text{VaR-CoVaR}$  matrica. Na dijagonali ove matrice su  $\text{VaR}_{i,t}$ , dok se van dijagonale nalaze  $(\text{VaR}_{i,t}, \text{VaR}_{j,t})^{1/2} \Delta\text{CoVaR}_{(i,j),t}$ . Delta  $\text{CoVaR}$  predstavlja meru sistemskog rizika, a meri povezanost repova raspodela prinosa aktiva. Dakle,  $\Delta\text{CoVaR}$  predstavlja meru unakrsne korelacije među repovima raspodela prinosa aktiva. Ukoliko je ova mera pozitivna postoji negativno prelivanje od aktive  $j$  na aktivu  $i$  na repu respodele, i obrnuto. Između ostalog, na ovu meru značajno utiču leveridž i baloni cena aktiva<sup>20</sup>.

Na osnovu  $\text{VaR-CoVaR}$  matrice može se konstruisati matrica susedstva tako što se od nje oduzme njena glavna dijagonala. Na osnovu nje se određuje svojstveni vektor i pripadajuća svojstvena vrednost. Optimizacija portfolija na dalje je slična kao u poglavlju 4.2.

Empirijsko istraživanje Katsouris (2021) pokazalo je da mrežna topologija tržišta akcija ima direktan uticaj na performanse portfolija kada investitor ima u vidu repni rizik. Portfolio koji je u obzir uzeo samo manje centrirane akcije ostvario je *Sharpe*-ov ratic od 0.2039, za razliku od 0.1461 za portfolio koji je sadržao više centrirane akcije.

## 6. ZAKLJUČAK

Kriza 2007/2008 usmerila je pažnju na sistemski rizik, odnosno neophodnost njegovog razumevanja i inkorporiranja u portfolio optimizaciju. Radovi velikog broja autora pokazuju da je uključivanje neke od mere sistemskog rizika u portfolio optimizaciju doprinelo ostvarivanju bolji rezultata tokom finansijske nestabilnosti.

Sa druge strane, zbog umreženosti aktiva i portfolija teorija mreža se nametnula kao koristan alat za bolje razumevanje sistemskog rizika. Ova teorija tržište akcija posmatra kao mrežu čvorova (akcija) spojenih ivicama (koje su određene korelacijom prinosa). Najvažnija mera pozicije akcije u mreži je centralnost, odnosno stepen važnosti određenog čvora za celokupnu mrežu.

Optimalni ponderi portfolija i centralnost akcija su u negativnom odnosu. Deo sredstava koji se investira u akcije sa većim stepenom centralnosti treba da bude niži u odnosu na deo sredstava koji se investira u akcije nižeg stepena centralnosti. Intuitivno, akcije koje su centrirane u mrežnoj strukturi tržišta imaju visoku korelaciju sa kretanjem tržišta, čime se gube efekti diversifikacije.

Investicione strategije koje uključuju centralnost kao meru sistemskog rizika takođe su pokazale da doprinose boljim prinosima u odnosu na portfolije koji su diversifikovani prema Modernoj portfolio teoriji.

<sup>20</sup> Adrian and Brunnermeier (2016), str. 1705.

## LITERATURA

---

Acemoglu, D., Ozdaglar, A. and Tahbaz-Salehi, A. (2015), "Systemic Risk and Stability in Financial Networks" *American Economic Review*, Vol. 105, Pp. 564–608 <https://doi.org/10.2139/ssrn.2553900>

---

Acharya, V. (2009), "A Theory of Systemic Risk and Design of Prudential Bank Regulation" *Journal of Financial Stability*, Vol. 5, Pp. 224–255 <https://doi.org/10.1016/j.jfs.2009.02.001>

---

Adrian, T. and Brunnermeier, M. K. (2016), "CoVaR" *American Economic Review*, Vol. 106, Pp.1705–1741 <https://doi.org/10.1257/aer.20120555>

---

Allen, F., and Babus, A. (2008), Networks in Finance: Network-Based Strategies and Competencies, Chapter 21, *Working Paper No. 08-07* <https://doi.org/10.2139/ssrn.1094883>

---

Biglova, A., Ortobelli, S. and Fabozzi, F. J. (2014), "Portfolio Selection In The Presence of Systemic Risk" *Journal of Asset Management*, Vol. 15, Pp. 285-299 <https://doi.org/10.1057/jam.2014.30>

---

Borgatti, S. P. (2005), "Centrality and Network Flow" *Social Networks*, Vol. 27, Pp. 55–71 <https://doi.org/10.1016/j.socnet.2004.11.008>

---

Božović, M. (2021), „Sistemska komponenta kreditnog rizika: metod kopula“ *Ekonomске ideje i praksa*, No. 41, Pp. 1-13

---

Capponi, A. and Rubtsov, A. (2021), "Systemic Risk-Driven Portfolio Selection" *Operations Research*, <https://doi.org/10.2139/ssrn.3394471>

---

Cvijanović, D. i Živković, B. (2014), „Smanjivanje leveridža evropskog bankarstva: implikacije na bankarske sisteme evropskih zemalja u razvoju“ *Ekonomске ideje i praksa*, No. 13, Pp. 7-31

---

Dehghan Dehnavi, M. A., Bahrololoum, M. M., Foroushani, M. P. and Raeiszadeh, S. A. (2020) "Portfolio Selection Optimization Problem Under Systemic Risks" *Advances in Industrial Engineering*, Vol. 54, Pp. 121-140

---

Espinosa-Vega, M. and Sole, J. (2010), "Cross-Border Financial Surveillance: A Network Perspective" *IMF Working Paper WP/10/105* <https://doi.org/10.5089/9781455200641.001>

---

Friedkin, N. (1991), "Theoretical Foundations for Centrality Measures" *American Journal of Sociology*, Vol. 96, Pp. 1478–1504 <https://doi.org/10.1086/229694>

---

Ibragimov, R., Jaffee, D. and Walden, J. (2011), "Diversification Disasters" *Journal of Financial Economics*, Vol. 99, Pp. 333–348 <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2010.08.015>

---

---

Katsouris, C. (2021), "Optimal Portfolio Choice and Stock Centrality for Tail Risk Events" *arXiv*, <https://doi.org/10.2139/ssrn.3971170>

---

Lin, W., Jose, O. and Abderrahim, T. (2020), "Portfolio Selection Under Systemic Risk", *Working Paper in Economics 202208* <https://doi.org/10.2139/ssrn.3561153>

---

Markowitz, H. M. and Blay, K. A. (2013) *Risk-Return Analysis: The Theory and Practice of Rational Investing*, McGraw Hill Education, New York

---

Meyer, C. D. (2000), *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia <https://doi.org/10.1137/1.9780898719512>

---

Newman, M. (2008), "The Mathematics of Networks", in Durlauf, S. and Blume, L. (eds.) (2008), *The New Palgrave Encyclopedia of Economics*, Vol. 2, Palgrave Macmillan, Basingstoke, Pp. 1–12 [https://doi.org/10.1057/978-1-349-95121-5\\_2565-1](https://doi.org/10.1057/978-1-349-95121-5_2565-1)

---

Newman, M. (2018), *Networks*, 2 ed., Oxford University Press, Oxford <https://doi.org/10.1093/oso/9780198805090.001.0001>

---

Peralta, G. and Zareei, A. (2016), "A Network Approach to Portfolio Selection" *Journal of Empirical Finance*, Vol. 38, Pp. 157–180 <https://doi.org/10.1016/j.jempfin.2016.06.003>

---

Sun, W., Tian, C. and Yang, G. (2015), "Network Analysis of The Stock Market" *Tech. rep. 70*, Stanford: Stanford University

---

Urošević, B., Božović, M. i Živković, B. (2010), „Rizici prenošenja finansijskog poremećaja kroz međunarodne bankarske grupacije na tržištima Centralne, Istočne i Jugoistočne Evrope (CESE)“, u Jovanović-Gavrilović, B. i Antić-Rakonjac, T. (eds.) (2010), *Ekonom-ska politika i razvoj*, CID Ekonomskog fakulteta u Beogradu, Beograd, Pp. 147–158

---

Zareei, A. (2016), *New Insights in Portfolio Selection Modeling*, Ph.D. thesis, Universidad Carlos III de Madrid, Madrid

---