

DEJAN TRIFUNOVIĆ<sup>1</sup>

E-mail: dejan.trifunovic@ekof.bg.ac.rs

# AUKCIJE SA VIŠEDIMENZIONALNIM SIGNALIMA

## AUCTIONS WITH MULTIDIMENSIONAL SIGNALS

JEL KLASIFIKACIJA: D44, D47, H57

### APSTRAKT:

U ovom radu prikazujemo rezultate istraživanja aukcija na kojima licitanti imaju zajedničku i privatnu komponentu vrednosti. U teoriji aukcija je dugo vremena korišćena pretpostavka da licitanti imaju privatne ili zajedničke vrednosti. Novija istraživanja se bave aukcijama na kojima licitanti imaju vrednost koja se sastoji od dve ili više komponenti. Licitanti na ovim aukcijama imaju dvodimenzionalni signal, gde se jedan signal odnosi na privatnu vrednost koju licitant zna savršeno precizno, dok je drugi signal neprecizna procena komponente zajedničke vrednosti. Dvodimenzionalni signal je potrebno svesti na jednodimenzionalni pokazatelj (licitantov višak) na osnovu kog licitant podnosi ponudu na aukciji. Uz određene pretpostavke o obliku funkcija raspodele verovatnoće pojedinačnih komponenti vrednosti, ponuda licitanta je rastuća funkcija njegovog viška. Ako se vrednost sastoji od više od dve komponente, licitant ima višedimenzionalni signal o ovim komponentama.



### KLJUČNE REČI:

AUKCIJE, ZAJEDNIČKA VREDNOST, PRIVATNA VREDNOST

**ABSTRACT:**

*This paper presents research results on auctions where bidders have a common and private value component. In auction theory, the assumption that bidders have private or common values has been used for a long time. More recent research deals with auctions where bidders have a value consisting of two or more components. Bidders in these auctions have a two-dimensional signal where one signal refers to the private value that bidder knows with perfect precision. In contrast, the other signal is an imprecise estimate of the common value component. The two-dimensional signal needs to be reduced to a one-dimensional indicator (bidder's surplus) based on which a bidder submits a bid at auction. With certain assumptions about the probability distribution functions of the value components, the bidder's bid is an increasing function of his surplus. If the value consists of more than two components, the bidder has a multidimensional signal about these components.*

**KEYWORDS:****AUCTIONS, COMMON VALUE, PRIVATE VALUE**

---

# 1. UVOD

Aukcije su korišćene još u antičko vreme za prodaju različitih predmeta, a i danas predstavljaju često korišćeni mehanizam za otkrivanje cene<sup>2</sup>. Aukcije su sve prisutnije u tržišnim privredama i koriste se za prodaju prava na korišćenje frekvencija, na tržištu električne energije, državnih obveznica, prava na eksploataciju nafte, itd. Svakako, prva asocijacija pri spominjanju aukcija su aukcije na kojima se prodaju antikviteti i umetnički predmeti. Aukcije se koriste i u procesu javnih nabavki i tada se radi o obrnutim (*reverse*) aukcijama. Na standardnim aukcijama pobeđuje licitant koji ima najveću vrednost, dok na obrnutim aukcijama pobeđuje licitant koji je spreman da obezbedi predmet ili uslugu za koju se organizuje javna nabavka po najnižoj ceni<sup>3</sup>.

Aukcije mogu da budu organizovane u otvorenoj ili zatvorenoj formi. Na aukcijama u otvorenoj formi licitanti su istovremeno prisutni na mestu odvijanja aukcije gde se nadmeću za predmet, dok na aukcijama u zatvorenoj formi licitanti sa različitih lokacija dostavljaju ponude u zapečaćenim kovertama do isteka vremena trajanja aukcije. Dve osnovne vrste aukcija u otvorenoj formi su Engleska i Holandska. Na Engleskoj aukciji aukcionar započinje aukciju sa početnom cenom. Kako aukcionar povećava cenu, jedan po jedan (ili više licitanata istovremeno) napuštaju aukciju. Aukcija se završava kad ostane jedan aktivan licitant koji pobeđuje i plaća iznos pretposlednje cene koju je odredio aukcionar. Na Holandskoj aukciji aukcionar započinje aukciju visokom početnom cenom koja se iterativno snižava. Prvi licitant koji se javi da kupuje predmet po trenutnoj ceni je pobednik aukcije i on plaća iznos trenutne cene. Dve osnovne vrste aukcija u zatvorenoj formi su aukcija po najvišoj i aukcija po drugoj najvišoj ceni. Pobednik aukcije po najvišoj ceni je licitant sa najvišom ponudom koji plaća iznos svoje ponude. I na aukciji po drugoj najvišoj ceni pobeđuje licitant sa najvišom ponudom, ali plaća iznos druge najviše ponude.

Postoje i hibridne aukcije koje se odvijaju u više faza i u svakoj fazi se koristi neka od osnovne četiri vrste aukcija. Recimo na Englesko-Holandskoj aukciji u prvoj fazi se odvija Engleska aukcija, a u drugoj fazi Holandska.

U teoriji aukcija se pretpostavlja da licitant ima rezervacionu cenu (maksimalna iznos koji je spreman da plati) za predmet koji se prodaje na aukciji, i ta rezervaciona cena se naziva vrednost. Standardna pretpostavka je da licitanti imaju privatne vrednosti koje predstavljaju nezavisne slučajne promenljive. Ako licitant kupuje sliku na aukciji koju želi da drži u svom stanu, to je primer ovakve aukcije. U slučaju dobara sa međuzavisnim vrednostima licitanti imaju neprecizne signale o vrednosti predmeta, i ti signali se nalaze u pozitivnoj korelaciji. Aukcije za pravo na eksploataciju nafte su primer ovakvih aukcija. Ovde licitanti imaju nepreciznu procenu količine nafte u naftnom polju na osnovu geoloških istraživanja. Vrednost naftnog polja predstavlja ponderisani prosek signala licitanata, pri čemu licitanti ponderišu signale na različit način. Kod aukcija dobara zajedničke vrednosti svi licitanti ponderišu signale na isti način. Primer za ovakve aukcije su aukcije umetničkih predmeta na kojima učestvuju licitanti koji kupuju sliku da bi je preprodali po višoj ceni u budućnosti.

2 Videti detaljnije u Trifunović (2012a).

3 O aukcijama za javne nabavke videti u Ristić & Trifunović (2022).

Dva osnovna cilja kod izbora aukcijskog mehanizma su da se maksimizira očekivani prihod prodavca i da alokacija bude efikasna, tj. da predmet dobije licitanti koji ga najviše vrednuje. Na aukciji sa zajedničkim vrednostima alokacija je trivijalno efikasna, jer svi licitanti imaju istu vrednost. Na aukcijama sa privatnim vrednostima alokacija može da bude neefikasna.

Licitantova strategija predstavlja preslikavanje signala (vrednosti) u ponudu koju podnosi na aukciji. Pretpostavka je da je ponuda striktno rastuća funkcija signala (vrednosti), što znači da licitanti koji imaju povoljniji signal (ili veću privatnu vrednost) podnose višu ponudu.

Na aukcijama sa međuzavisnim i zajedničkim vrednostima može se pojaviti „prokletstvo pobjednika“.<sup>4</sup> Naime, pošto na ovim aukcijama licitanti podnose ponudu na osnovu svog nepreciznog signala, ne znajući stvarnu vrednost predmeta, može da se desi da licitanti plati više za predmet nego što iznosi njegova stvarna vrednost. Licitanti to mogu da utvrde tek kad kupi predmet. Verovatnoća nastanka „prokletstvo pobjednika“ se povećava sa povećanjem broja licitanta koji učestvuju na aukciji (Kagel & Levin, 1986).

U narednom tekstu ćemo se baviti aukcijama na kojima je licitantova vrednost zbir zajedničke i privatne komponente, ali i aukcijama na kojima postoji više od dve komponente vrednosti. U tom smislu, licitanti imaju dvodimenzionalne ili višedimenzionalne signale o komponentama vrednosti.

Ostatak rada je organizovan na sledeći način. U narednom odeljku definišemo osnovne pretpostavke aukcija sa privatnom i zajedničkom komponentom vrednosti i određujemo ravnotežne strategije licitanta. U trećem odeljku se bavimo sekvencijalnim aukcijama sa dvokomponentnim vrednostima. *Četvrti odeljak je posvećen aukcijama sa asimetrično informisanim licitantima od kojih neki licitanti imaju signal o zajedničkoj komponenti vrednosti, a ostali znaju samo svoju privatnu komponentu vrednosti.* U petom odeljku proučavamo jednu vrstu hibridne aukcije, a u šestom obrnute aukcije sa zajedničkom i privatnom komponentom vrednosti. Na kraju sledi zaključak.

## 2. VREDNOVANJA LICITANTA SA ZAJEDNIČKOM I PRIVATNOM KOMPONENTOM VREDNOSTI

Standardna pretpostavka u teoriji aukcija da licitanti imaju privatne, međuzavisne ili zajedničke vrednosti. Međutim, na određenim aukcijama licitanti mogu da imaju i zajedničku i privatnu komponentu vrednosti. Recimo da privatni kolekcionar kupi sliku, drži je izloženu u svom stanu neko vreme, i ostavlja mogućnost da je kasnije proda ako joj se cena značajno poveća. To predstavlja aukciju na kojoj licitanti imaju dve komponente vrednosti: privatnu i zajedničku. Zapravo, prodajna cena u budućnosti predstavlja zajedničku komponentu vrednosti koja je identična za sve ovakve licitante, dok je vrednovanje korisnosti u potrošnji od držanja slike na zidu različito za sve licitante. Drugi primer aukcija na kojima licitanti imaju zajedničku i privatnu komponentu vrednovanja su aukcije za pravo na eksploataciju nafte. Očekivana cena nafte tokom perioda eksploatacije

4 O „prokletstvu pobjednika“ videti detaljnije u Trifunović (2012b)

predstavlja zajedničku komponentu vrednosti, dok različite tehnologije eksploatacije koje koriste licitanti definišu privatnu komponentu vrednosti. Naime, neki licitanti imaju najnoviju tehnologiju koja im omogućava niže troškove eksploatacije od licanata koji koriste staru tehnologiju.

Istraživanja ovog tipa aukcija na kojima licitanti imaju zajedničku i privatnu komponentu vrednosti započinjū Goeree & Offerman (2003). Zatim su usledili drugi radovi o kojima će biti reči u ovom tekstu, ali ipak se radi o relativno malom broju radova. Značaj rada Goeree & Offerman (2003) je u tome što su odredili ravnotežne strategije licanata i došli do važnih rezultata komparativne statike koji se tiču prodavčevog objavljivanja informacija o zajedničkoj komponenti vrednosti, povećanja broja licanata na aukciji i smanjenju stepena neizvesnosti u pogledu zajedničke komponente vrednosti.

Efikasnost na ovim aukcijama podrazumeva da predmet treba da bude dodeljen licitantu koji ima najveću privatnu vrednost (ako su u pitanju prethodno opisane aukcije slika), odnosno najniži trošak eksploatacije nafte koji predstavlja komponentu privatne vrednosti na ovim aukcijama. Međutim, na aukcijama na kojima postoje dvodimenzionalni signali (zajednička i privatna komponenta vrednosti), alokacija može da bude neefikasna. Na primer, na aukcijama slika, licitant koji ima nisku privatnu vrednost, a visok signal o zajedničkoj komponenti vrednosti može da pobedi licitanta koji ima visoku privatnu komponentu vrednosti, a nizak signal o zajedničkoj komponenti vrednosti. U tom slučaju alokacija je neefikasna. Što je veća neizvesnost u pogledu zajedničke komponente vrednosti (što je signal neprecizniji), to je alokacija manje efikasna. Na aukcijama koje se ne održavaju u redovnim intervalima, kao što su aukcije za frekvencije u telekomunikacijama, značajno je veća nepreciznost signala o zajedničkoj komponenti vrednosti (tražnji potrošača za telekomunikacionim uslugama), nego na aukcijama koje se ponavljaju u regularnim vremenskim intervalima u kojima postoji bolja procena tražnje potrošača za uslugama ili predmetom koji se prodaju na aukciji.

U modelu koji razmatraju Goeree & Offerman (2003) na aukciji za pravo na eksploataciju nafte nadmeće se  $n$  licanata. Licitant  $i$  ima signal  $s_i$  o zajedničkoj komponenti vrednosti predmeta  $v$ . Zajednička komponenta vrednosti predmeta predstavlja prosek svih signala:

$$v = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n s_i. \quad (1)$$

Pored signala o zajedničkoj komponenti vrednosti  $s_i$ , licitant  $i$  ima i privatnu komponentu vrednosti kod koje ne postoji neizvesnost. Privatna komponenta vrednosti je licitantov trošak eksploatacije naftnog polja  $c_i$ . Ove dve slučajne promenljive ( $s_i$  i  $c_i$ ) su nezavisne i imaju istu funkciju raspodele verovatnoće. Slučajna promenljiva  $c_i$  je raspodeljena na intervalu  $[c_L, c_H]$ , a slučajna promenljiva  $s_i$  na intervalu  $[s_L, s_H]$ , pri čemu je najniža moguća realizovana vrednost signala veća od najviše moguće realizovane vrednosti troška,  $s_L \geq c_H$ , tako da profit licitanta ne bude negativan.

Standardna pretpostavka u teoriji aukcija je da su licitanti neutralni prema riziku. Stoga je profit licitanta  $i$  koji podnosi ponudu  $b$ :

$$\pi_i = v - c_i - b. \quad (2)$$

Licitanti imaju dvodimenzionalne signale, ali podnose ponudu na osnovu sintetičkog signala koji uključuje obe komponente vrednosti. Takva sintetička mera se naziva licitantov višak:

$$\theta_i = \frac{s_i}{n} - c_i + \sum_{j \neq i} \frac{s_j}{n}. \quad (3)$$

Prva dva člana desne strane jednakosti zavise od signala licitanta  $i$ , dok poslednji član ne zavisi od signala licitanta  $i$ , pa može da bude zanemaren. Stoga je u daljem izlaganju licitantov višak definisan kao:

$$\theta_i = \frac{s_i}{n} - c_i.$$

Problem koji uočavaju Goeree & Offerman (2003) je da ponuda licitanta ne mora da bude rastuća funkcija njegovog viška za neku proizvoljnu funkciju raspodele verovatnoće signala i troška. Stoga može da se desi da na aukciji ne pobjedi licitant koji ima najniži trošak, jer licitant sa najnižim troškom ne mora nužno da ima najveći višak. Međutim, može se dokazati da ako su funkcije gustine signala i troškova logkonkavne (funkcija gustine je prvi izvod funkcije raspodele verovatnoće), uslovna očekivana vrednost licitantove zajedničke komponente vrednosti s obzirom na licitantov višak  $E[v|\theta = x]$  je neopadajuća po  $x$ . Isto tako, uslovna očekivana vrednost licitantove komponente privatne vrednosti s obzirom na licitantov višak  $E[c|\theta = x]$  je nerastuća po  $x$ . Dakle, sa logkonkavnom funkcijom gustine, zajednička komponenta vrednosti je u pozitivnoj korelaciji sa licitantovim viškom, dok je privatna komponenta vrednosti u negativnoj korelaciji sa licitantovim viškom. Logkonkavnost funkcije gustine podrazumeva da je prirodni logaritam funkcije gustine konkavan. Na primer, uniformna funkcija gustine koja se najčešće koristi u teoriji aukcija ispunjava ovo svojstvo. Isto svojstvo ispunjava i funkcija gustine za normalnu funkciju raspodele verovatnoće.

Obeležimo sa  $y_j = \max_{j=2, \dots, n} \theta_j$  najveći višak koji imaju licitanti osim licitanta 1, i sa  $Y_1$  najveći višak svih  $n$  licitanata. Goeree & Offerman (2003) dokazuju da ravnotežna strategija licitanta 1 na aukciji po najvišoj ceni ima takav oblik da licitant umanjuje svoju ponudu u odnosu na svoj očekivani višak:

$$b(x) = E[v - c_1 | \theta_1 = x, Y_1 = x] - E[Y_1 - y_1 | \theta_1 = x, Y_1 = x]. \quad (4)$$

Prvi član desne strane jednakosti je uslovni očekivani višak licitanta 1 uz pretpostavku da ima najveći višak, dok drugi član desne strane jednakosti predstavlja umanjjenje ponude u odnosu na uslovni očekivani višak licitanta 1. Licitant umanjuje ponudu u odnosu na svoj uslovni očekivani višak, jer njegova ponuda određuje iznos koji treba da plati.

Na aukciji po drugoj najvišoj ceni pobeđuje licitant sa najvišom ponudom, i plaća iznos koji je jednak drugoj najvišoj ponudi. Pošto ponuda licitanta ne određuje iznos koji treba da plati, on će podneti ponudu jednaku uslovnoj očekivanoj vrednosti njegovog viška, uz pretpostavku da licitant 1 ima najveći višak, i da je drugi najveći višak jednak višku koji ima licitant 1:

$$b(x) = E[v - c_1 | \theta_1 = x, y_1 = x]. \quad (5)$$

Na aukcijama privatnih vrednosti, sa povećanjem broja licitanata licitant povećava ponudu ka vrednosti predmeta. Na aukcijama dobara zajedničke vrednosti, sa povećanjem broja licitanata sve je verovatnije da licitant bude žrtva „prokletstva pobjednika“ i u tom slučaju licitant umanjuje ponudu u odnosu na svoj signal o zajedničkoj vrednosti kako se povećava broj licitanata da bi izbegao „prokletstvo pobjednika“. Kad licitanti imaju zajedničku i privatnu komponentu vrednosti, sa povećanjem broja licitanta, može da dođe do povećanja ili smanjenja ponude u odnosu na licitantov višak.

Na Engleskoj aukciji licitanti koji su ostali aktivni mogu da dobiju informaciju o viškovima licitanata koji su prethodno napustili aukciju. Na kraju ostaju dva aktivna licitanta, i pošto je strategija licitanta rastuća funkcija njegovog viška i licitanti su simetrični, i na Engleskoj aukciji pobeđuje licitant koji ima najveći višak. Sa simetričnim licitantima, aukcija po najvišoj ceni, drugoj najvišoj ceni i Engleska aukcija dovode do iste alokacije, tj. na svakoj od ovih aukcija pobeđuje licitant koji ima najveći višak.

Goeree & Offerman (2003) dokazuju da je ukupno blagostanje koje se ostvaruje na aukciji jednako razlici očekivane vrednosti zajedničke komponente vrednosti i očekivanih troškova pobjednika:

$$W = E[v] - E[c_{pob}]. \quad (6)$$

Očekivani profit pobjednika na aukciji je jednak razlici očekivanja najvišeg i drugog najvišeg viška:

$$E[\pi_{pob}] = E[Y_1] - E[Y_2]. \quad (7)$$

Očekivani prihod prodavca predstavlja razliku ukupnog blagostanja i očekivanog profita pobjednika:

$$E[R] = W - E[\pi_{pob}]. \quad (8)$$

## 2.1. Značaj pretpostavke o logkonkavnosti funkcije raspodele verovatnoće

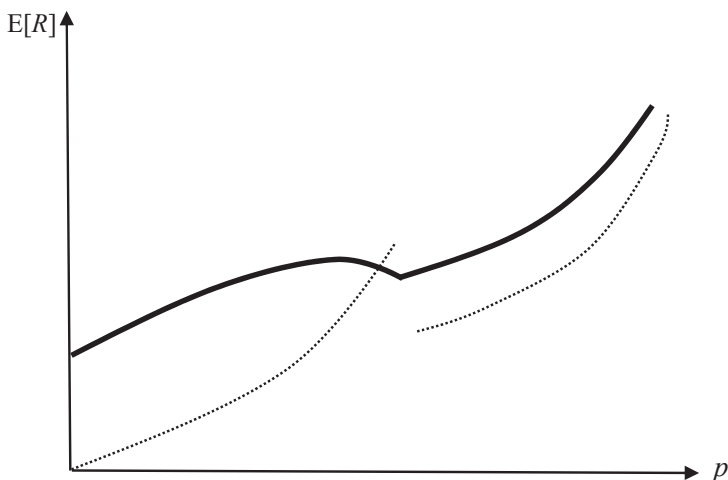
Značaj pretpostavke logkonkavnosti funkcije raspodele verovatnoće je predstavljen u Levin, Peck & Ye (2007). Oni analiziraju tri licitanta koji imaju trodimenzionalni signal. Prva dva signala se odnose na privatnu komponentu vrednosti. Signal  $w_i$  ima binarnu raspodelu verovatnoće, a signal  $s_i$  uniformnu raspodelu verovatnoće. Treći signal se odnosi na zajedničku komponentu vrednosti. Signal zajedničke komponente vrednosti  $y_i$  može da ima vrednost 0 ili 1 sa podjednakom verovatnoćom, pa je vrednost predmeta:

$$v = 4w_i + s_i + \sum_{j=1}^3 y_j. \quad (9)$$

Dakle, dve komponente vrednosti imaju binomnu raspodelu verovatnoće, a treća ima uniformnu i pretpostavka o logkonkavnosti nije ispunjena.

Uz ove pretpostavke, očekivani prihod prodavca na Engleskoj aukciji nije monotono rastuća funkcija vremena, tj. cene koju određuje aukcionar. U jednom segmentu cene očekivani prihod prodavca je opadajuća funkcija cene koju određuje aukcionar, što je prikazano punom linijom na Slici 1. Ova linija prikazuje očekivani prihod prodavca pre nego što ijedan licitant napusti aukciju. Isprekidana linija je očekivani prihod prodavca kad jedan licitant napusti aukciju.

► SLIKA 1. OČEKIVANI PRIHOD PRODAVCA NA ENGLJSKOJ AUKCIJI



Izvor: Levin, Peck & Ye (2007)

U ovom slučaju kad prvi licitant napusti aukciju u segmentu u kom je očekivani prihod prodavca rastuća funkcija cene koju određuje aukcionar, to predstavlja dobru informaciju za ostale licitante. S druge strane, ako prvi licitant napusti aukciju u segmentu u kom očekivani prihod prodavca opada (puna linija), to predstavlja lošu informaciju za druge licitante i očekivani prihod za prodavca nakon što prvi licitant napusti aukciji ima diskontinuelni pad (isprekidana linija). Uobičajena logika na Engleskoj aukciji sa međuzavisnim vrednostima je da kasnije napuštanje aukcije od strane nekog licitanta predstavlja povoljniju informaciju za preostale licitane nego ranije napuštanje. Međutim, ako pretpostavka logkonkavnosti nije ispunjena, može doći do prethodno opisanog paradoksalnog rezultata. Stoga, Levin, Peck & Ye (2007) zaključuju da je pretpostavka logkonkavnosti neophodna da bi se očekivani prihod na Engleskoj aukciji sa privatnom i zajedničkom komponentom vrednosti ponašao na isti način kao na Engleskoj aukciji sa međuzavisnim vrednostima.

## 2.2. Komparativna statika

Iako na sve 3 vrste aukcija koje smo prethodno razmatrali uvek pobeđuje licitant koji ima najveći višak, to ne mora da bude licitant koji ima najniži trošak i alokacija može da bude neefikasna. Prvi rezultat komparativne statike koji razmatraju Goeree & Offerman



(2003) ukazuje na to da povećanje neizvesnosti u pogledu zajedničke komponente vrednosti umanjuje efikasnost aukcije, tj. umanjuje verovatnoću da na aukciji pobjedi licitanti koji ima najniži trošak. Neizvesnost se modelira koristeći definiciju iz Rothschild & Stiglitz (1978) o povećanju disperzije koja ne menja očekivanu vrednost (*mean-preserving increase in spread*). Za  $\alpha > 0$ , signal svakog licitanta se transformiše na sledeći način:

$$\alpha s_i + (1 - \alpha)E[v]. \quad (10)$$

Ova transformacija ne menja očekivanu vrednost signala, ali povećava njegovu disperziju. Drugi član prethodnog izraza je konstanta koja ne zavisi od realizovane vrednosti licitantovog signala i može biti izostavljen u izrazu za licitantov višak, koji sa ovom transformacijom postaje:

$$\theta_i = \alpha \frac{s_i}{n} - c_i. \quad (11)$$

Obeležimo sa  $P(\alpha)$  verovatnoću da licitanti koji ima najniži trošak pobjedi na aukciji. Goeree & Offerman (2003) dokazuju da kad  $\alpha \rightarrow 0$ , aukcija se svodi na aukciju sa privatnim vrednostima i tad je  $P(0) = 1$ . Drugim rečima, alokacija postaje efikasna sa potpunom izvesnošću. S druge strane, kad  $\alpha \rightarrow \infty$ , svaki licitanti ima podjednaku verovatnoću da pobjedi bez obzira na njegov trošak, tj.  $P(0) = 1/n$ . Pored toga, očekivani trošak pobjednika se povećava kako se povećava neizvesnost u pogledu zajedničke vrednosti, tj. kako se povećava parametar  $\alpha$ . Kako se smanjuje neizvesnost u pogledu zajedničke komponente vrednosti, umanjuje se problem „prokletstva pobjednika“, i licitanti podnose više ponude (što je veće „prokletstvo pobjednika“, to je niža ponuda u odnosu na licitantov višak), što umanjuje njihov očekivani profit.

Na osnovu izraza (11) kako se povećava broj licitanata, može se utvrditi da to ima isti efekat kao smanjenje neizvesnosti, što predstavlja sledeći rezultat komparativne statike. Goeree & Offerman (2003) dokazuju da se očekivani trošak pobjednika smanjuje kako se povećava broj licitanata, a ukupno blagostanje dostiže maksimalan iznos  $E[v] - c_L$  kad broj licitanata teži beskonačnosti. Kao što je slučaj i na aukcijama dobara privatnih vrednosti, povećanje broja licitanata koji učestvuju na aukciji povećava očekivani prihod prodavca, ali umanjuje očekivani profit pobjednika aukcije.

Treći rezultat komparativne statike koji razmatraju Goeree & Offerman (2003) je objavljivanje signala o zajedničkoj komponenti vrednosti koju ima prodavac. Na aukcijama dobara sa međuzavisnim vrednostima, Milgrom & Weber (1982) su utvrdili da objavljivanje informacija koje prodavac ima o predmetu povećava njegov očekivani prihod, jer se na taj način umanjuje „prokletstvo pobjednika“ i licitanti podnose ponude agresivnije<sup>5</sup>. Isti efekat je prisutan i na aukcijama na kojima licitanti imaju zajedničku i privatnu komponentu vrednosti. Ukoliko prodavac ima signal  $s_0$  iste preciznosti kao i licitanti, zajednička komponenta vrednosti postaje:

$$v = \frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n s_i. \quad (12)$$

5 Međutim, Kagel & Levin (1986) su u eksperimentalnom istraživanju utvrdili da ovaj efekat postoji samo na aukcijama dobara zajedničke vrednosti na kojima nije prisutno prokletstvo pobjednika. Ukoliko je prisutno prokletstvo pobjednika, objavljivanje informacija prodavca umanjuje njegov očekivani prihod.

Nakon objavljivanja ove informacije, licitantov višak postaje:

$$s_i' = \frac{s_i}{n+1} - c. \quad (13)$$

Objavljivanje informacija koje prodavac ima o predmetu povećava ukupno blagostanje, očekivani prihod prodavca i umanjuje očekivani profit pobjednika. Ukoliko prodavac ima precizniji signal od licitanta, to možemo da predstavimo parametrom  $\lambda > 1$ . Zajednička komponenta vrednosti postaje:

$$v = \frac{\lambda v_0 + \sum_{i=1}^n s_i}{n + \lambda}. \quad (14)$$

Što je precizniji signal koji ima prodavac, to je jači efekat na povećanje očekivanog prihoda prodavca i ukupnog blagostanja.

Ukoliko prodavac ima signal iste preciznosti kao i licitanti, povećanje broja licitanata za 1 ima jači efekat na očekivani prihod prodavca i efikasnost aukcije od objavljivanja informacije koju ima prodavac. Razlog je u tome što dodatni licitant povećava verovatnoću da dođe do smanjenja troška pobjednika ukoliko taj dodatni licitant ima najniži trošak.

## 2.3. Eksperimentalna istraživanja

Eksperimentalna istraživanja predstavljaju najbolji način za proveru zaključaka teorijskih modela iz oblasti aukcija. Jedno takvo istraživanje su sproveli Goeree & Offerman (2002) s namerom da provere zaključke svog prethodno opisanog teorijskog modela. U ovom eksperimentalnom istraživanju se koristi aukcija po najvišoj ceni na kojoj licitanti imaju signal o zajedničkoj i privatnoj komponenti vrednosti. Eksperimentalni rezultati su u skladu sa predviđanjem teorijskog modela. Smanjenje neizvesnosti u pogledu zajedničke komponente vrednosti povećava efikasnost. Povećanje broja licitanata povećava efikasnost aukcije, kao i očekivani prihod prodavca, dok se profit pobjednika smanjuje. Kad prodavac objavljuje informaciju o vrednosti predmeta, to nema uticaj na efikasnost, očekivani prihod prodavca i profit pobjednika ukoliko prodavac ima signal iste preciznosti kao licitanti. Ako prodavac objavljuje signal veće preciznosti od signala koji imaju licitanti, dolazi do značajnog povećanja efikasnosti, dok je uticaj na očekivani prihod prodavca i profit pobjednika manji od onog koji predviđa teorijski model. Konačno, objavljivanje signala koji ima prodavac omogućava licitantima da izbegnu „prokletstvo pobjednika“. Objavljivanje ovog signala uzrokuje povećanje prosečne ponude licitanata, ali je i ta uvećana ponuda nešto niža od one koju predviđa teorijski model.

Najopštiju strukturu višedimenzionalnih signala razmatraju Brocas *et al.* (2017). Vrednost predmeta zavisi od  $n$  komponenti, pri čemu licitanti imaju informaciju o određenim komponentama vrednosti. Na ovim aukcijama licitanti mogu da imaju privatne informacije, što znači da ako imamo dva licitanta svaki ima informaciju o različitim komponentama vrednosti. Druga situacija je kad postoje javno dostupne informacije kad oba licitanta imaju informacije o identičnim komponentama vrednosti. Treća situacija je zajednička

neizvesnost kad postoji neka komponenta vrednosti koju nijedan licitant ne zna. Recimo da je vrednost zbir 5 komponenti:

$$v = \sum_{i=1}^5 v_i . \quad (15)$$

U slučaju privatnih informacija licitant A zna prve dve komponente vrednosti, a licitant B ostale tri. Kod javno dostupnih informacija oba licitanta znaju svih 5 komponenti vrednosti. Konačno, kod zajedničke neizvesnosti licitant A zna prve dve komponente vrednosti, licitant B naredne dve, dok poslednja komponenta vrednosti nije poznata nijednom licitantu.

U eksperimentalnom istraživanju na osnovu analize podnetih ponuda na aukcijama, Brocas *et al.* (2017) zaključuju da licitanti ne prave razliku između privatnih i javno dostupnih informacija. Drugo, strategije licitanta odstupaju od ravnotežnih strategija. Ovakvo ponašanje licitanta je objašnjeno u kontekstu ravnoteže sa prokletstvom<sup>6</sup> (*cursed equilibrium*), što je koncept koji su razvili Eyster & Rabin (2005). U ovoj ravnoteži svaki licitant ima uverenja da strategija njegovog protivnika zavisi od informacija o komponentama vrednosti koje poseduje sa verovatnoćom  $1 - \psi$ , dok sa verovatnoćom  $\psi$  strategija licitanta ne zavisi od njegovih informacija.

### 3. SEKVENCIJALNE AUKEIJE

Sekvencijalne aukcije na kojima licitanti imaju zajedničku i privatnu komponentu vrednosti razmatraju Fatima *et al.* (2005). Postavka modela je slična kao u Goeree & Offerman (2003) s tim da se  $K$  predmeta prodaje na sekvencijalnim Engleskim aukcijama. Licitant želi da kupi najviše jedan predmet, što znači da licitant koji je pobedio na jednoj sekvencijalnoj aukciji ne učestvuje na narednim sekvencijalnim aukcijama. Signal o zajedničkoj i privatnoj komponenti vrednosti predmeta na  $k$ -toj aukciji licitant dobija neposredno pre početka aukcije. Ravnotežna strategija licitanta na svakoj sekvencijalnoj Engleskoj aukciji je da ostane aktivan sve dok cena koju određuje aukcionar ne dostigne nivo pri kom je licitant indiferentan između toga da pobedi ili napusti aukciju. Pre nego što neki licitant napusti aukciju, licitant 1 je spreman da ostane aktivan dok cena koju određuje aukcionar ne postane jednaka uslovnoj očekivanoj vrednosti njegovog signala umanjenoj za njegov trošak, pri čemu licitant 1 pretpostavlja da ostali licitanti imaju isti višak kao i on. Kako licitanti napuštaju aukciju, licitant 1 ažurira svoja uverenja o viškovima koji imaju drugi licitanti i koriguje iznos do kog je spreman da ostane na aukciji. Na poslednjoj  $K$ -toj aukciji, licitantova strategija je ista kao na jednokratnoj Engleskoj aukciji. Na svakoj prethodnoj aukciji, licitant je spreman da napusti aukciju  $k$  ranije nego aukciju  $k + 1$ , jer uzima u obzir mogući profit koji može da ostvari ukoliko pobedi na nekoj od narednih aukcija.

Milgrom & Weber (2000) su dokazali da na sekvencijalnim aukcijama dobara privatnih vrednosti cene nemaju trend (imaju martingalno svojstvo), tj. da je očekivana prodajna cena na  $k + 1$ -voj aukciji jednaka realizovanoj prodajnoj ceni na  $k$ -toj aukciji. Na sekvencijalnim aukcijama dobara sa međuzavisnim vrednostima prodajne cene imaju rastući

6 Videti Trifunović (2012c)

trend. U Fatima *et al.* (2005) se ne razmatra putanja kojom se kreću cene, već je fokus na efikasnosti sekvencijalnih aukcija. Kao i u Goeree & Offerman (2003), dolazi se do zaključka da se efikasnost povećava sa povećanjem broja licitanata, smanjenjem neizvesnosti u pogledu zajedničke komponente vrednosti i sa objavljivanjem informacija koje ima prodavac o zajedničkoj komponenti vrednosti.

Problem „prokletstva pobednika“ na sekvencijalnim aukcijama na kojima licitanti imaju privatnu i zajedničku komponentu vrednosti razmatra Paganozzi (2007). Radi se o aukcijama na kojima se privatna i zajednička komponenta vrednosti sabiraju, kao što su aukcije za prodaju slika. Na ovim sekvencijalnim aukcijama licitanti mogu da kupe više od jedne jedinice. Ako je licitant kupio jednu jedinicu na prvoj aukciji, a kupi drugu na narednoj aukciji po niskoj ceni, to predstavlja lošu informaciju o zajedničkoj komponenti vrednosti. Niska cena na drugoj sekvencijalnoj aukciji odražava nepovoljne informacije o zajedničkoj komponenti vrednosti koje imaju drugi licitanti. Pobednik u toj situaciji je pobednik koji žali što je pobedio (*sorry winner*). Moguće je da se ovakav ishod desio kod prodaje licenci za 3G mobilne mreže u Evropi, što je opisano u Klemperer (2002). Naime, na prvoj takvoj aukciji održanoj u Ujedinjenom Kraljevstvu licitanti su platili vrlo visoke iznose za licence, dok je na narednim aukcijama održanim u drugim državama cena bila dosta niža.

## 4. AUKCIJE SA ASIMETRIČNO INFORMISANIM LICITANTIMA

Aukcije na kojima istovremeno učestvuju licitanti koji imaju privatne vrednosti i licitanti koji imaju zajedničke vrednosti razmatraju Tan & Xing (2011). Na aukcijama umetničkih predmeta kod velikih aukcijskih kuća učestvuju licitanti koji žele da kupe predmet za sebe i investitori koji žele da kupe predmet radi preprodaje. Na aukciji učestvuje  $N$  licitanata koji imaju privatne vrednosti i  $M$  licitanata koji imaju zajedničku vrednost. Licitanti koji imaju zajedničku vrednost imaju neprecizan signal o zajedničkoj vrednosti.

Tan & Xing (2011) dokazuju da na aukciji po drugoj najvišoj ceni licitanti sa zajedničkom vrednošću umanjuju ponudu kako se povećava broj licitanata koji imaju privatne vrednosti. Kako se povećava broj licitanata koji imaju zajedničku vrednost, licitanti koji imaju zajedničku vrednost mogu da povećaju ili smanje svoju ponudu. To je različit rezultat u odnosu na aukcije na kojima licitanti imaju zajedničku vrednost, gde dodatni licitant uzrokuje da drugi licitanti podnose niže ponude da bi izbegli „prokletstvo pobednika“ koje postaje izraženije kako se povećava broj licitanata.

Investitori, tj. licitanti koji imaju zajedničku vrednost, koji kupe predmet mogu da ga preprodaju kasnije na aukciji na kojoj učestvuju licitanti sa privatnim vrednostima koji su učestvovali na glavnoj aukciji, ali i dodatni licitanti koji imaju privatne vrednosti, a koji nisu učestvovali na glavnoj aukciji<sup>7</sup>. Jedan od razloga zašto ovi licitanti nisu učestvovali na glavnoj aukciji može biti njihova udaljenost od mesta na kom se održava aukcija, dok investitor može da preproda predmet i na internet aukciji i na taj način privuče veći broj licitanata.

---

7 Više o aukcijama sa preprodajom videti u Trifunović (2014).

Alokacija na ovoj aukciji je neefikasna jer licitanti podnose ponude na osnovu svog signala koji predstavlja nepreciznu procenu zajedničke komponente vrednosti. Kako se preciznost signala povećava, povećava se efikasnost alokacije na finalnoj aukciji (na kojoj se odvija preprodaja). Međutim, čak i kad licitanti imaju savršeno precizan signal (tj. kad je signal jednak zajedničkoj vrednosti), Tan & Xing (2011) dokazuju u simulaciji da verovatnoća da alokacija bude neefikasna konvergira ka malom, ali pozitivnom broju. Ova neefikasnost nastaje u fazi preprodaje, i mogla bi da bude otklonjena ako bi svi licitanti sa privatnim vrednostima učestvovali na glavnoj aukciji umesto da deo njih učestvuje u fazi preprodaje.

Na određenim aukcijama učestvuje jedan licitanti koji ima signal o zajedničkoj komponenti vrednosti, a ostali licitanti znaju svoju privatnu komponentu vrednosti. Recimo na aukcijama antikviteta jedan licitanti je ekspert za procenu vrednosti antikviteta koji ima signal o zajedničkoj komponenti vrednosti, dok drugi licitanti znaju samo privatnu komponentu vrednosti. U toj situaciji može da nastane „prokletstvo eksperta“ pod određenim okolnostima koje identifikuju Hernando-Veciana & Tröge (2011). Naime, ako neki licitanti koji je laik za antikvite ima visoku privatnu vrednost, on može na Engleskoj aukciji da ostane aktivan jako dugo i da podigne cenu za eksperta. Ako ekspert pobedi u toj situaciji, platiće previsoku cenu.

Da bi izbegao takav ishod, ekspert može da objavi svoju informaciju o zajedničkoj komponenti vrednosti pre početka aukcije, čime aukcija postaje aukcija dobara privatnih vrednosti. Na toj aukciji onda pobeđuje licitanti koji ima najveću privatnu komponentu vrednosti. Verovatnoća da ekspert koji ima visoku privatnu komponentu vrednosti pobedi je veća na aukciji sa simetrično informisanim licitantima, nego sa asimetrično informisanim licitantima iz prethodno opisanog razloga. Asimetrično informisani licitanti koji nije ekspert može da ostane aktivan na Engleskoj aukciji i kad cena premaši njegovu ukupnu vrednost (zbir privatne i zajedničke komponente vrednosti). Dakle, situacija u kojoj je za eksperta bolje da su svi licitanti simetrično informisani, nego da su asimetrično informisani, predstavlja „ekspertovo prokletstvo“. Verovatnoća nastanka ovog fenomena se povećava kako se povećava broj licitanata laika, jer tada raste verovatnoća da jedan od njih ima visoku privatnu vrednost.

Slično prethodnom modelu, Tan (2016) razmatra podsticaj za licitanti koji ima signal o zajedničkoj komponenti vrednosti predmeta da objavi taj signal. Na aukcijama za eksploataciju nafte čest je slučaj da je jedan licitanti bolje informisan od drugih. To je licitanti koji već eksploatiše susedno naftno polje i koji ima dosta preciznu informaciju o količini nafte u naftnom polju koje se prodaje na aukciji. Ostali licitanti imaju manje precizan signal. Na aukcijama dobara zajedničke vrednosti, licitanti sa preciznim signalom nema podsticaj da otkrije svoj signal drugim licitantima, jer na taj način eliminiše svoju informacionu prednost. Međutim, na aukcijama na kojima licitanti imaju zajedničku i privatnu komponentu vrednosti, bolje informisani licitanti može da ima podsticaj da objavi informaciju o količini nafte u naftnom polju. Ovo je posebno slučaj ako ima informaciju da je količina nafte mala, pa objavljivanjem takve informacije umanjuje iznos ponude svojih konkurenata. To mu omogućava da pobedi sa većom verovatnoćom i da plati manji iznos u slučaju pobeđe. Ako povrh toga bolje informisani licitanti ima nizak trošak eksploatacije nafte (privatna komponenta vrednosti), to mu omogućava da ostvari profit od eksploatacije naftnog polja iako je količina nafte mala.

Englesku i aukciju po drugoj najvišoj ceni na kojima jedan licitanti ima informaciju o zajedničkoj komponenti vrednosti, dok ostali licitanti znaju samo privatnu komponentu vrednosti, razmatraju Choi *et al.* (2019). Na aukciji učestvuje  $N$  licitanata od kojih svaki ima signal  $s_i$ , dok je vektor signala svih licitanata  $\mathbf{s} = (s_1, s_2, \dots, s_N)$ . Bolje informisani licitanti (ekspert na aukciji za antikvitete, na primer) ima uvid u ceo vektor signala, a ostali licitanti (laici) imaju samo signal o svojoj privatnoj vrednosti. Vrednost predmeta za licitanta  $i$  je:

$$v_i = s_i + g(\mathbf{s}). \quad (16)$$

Ako na Engleskoj i aukciji po drugoj najvišoj ceni učestvuju samo jedan ekspert i jedan laik za antikvitete, alokacija će biti efikasna na obe aukcije. Međutim, ako na aukciji učestvuje jedan ekspert i bar još dva laika, Engleska aukcija će biti efikasna, a aukcija po drugoj najvišoj ceni neefikasna. Razlog je u tome što na Engleskoj aukciji preostali aktivni licitanti mogu da otkriju signale drugih licitanata.

Rezultat komparativne statike do kog dolaze Choi *et al.* (2019) je da ako se uz nepromenjeni broj licitanata na Engleskoj aukciji, poveća broj eksperata za jedan, a broj laika se smanji za 1, očekivani prihod prodavca se povećava. Ovaj rezultat je posledica činjenice da će dodatni ekspert ostati duže aktivan na Engleskoj aukciji, a to će onda prinuditi i laike da duže ostanu na aukciji. Pored toga, laici mogu da dobiju više informacija o zajedničkoj komponenti vrednosti kad se nadmeću sa dva umesto sa jednim ekspertom. To umanjuje prokletstvo pobednika za ove licitante i oni su spremni da ostanu duže na aukciji.

Prethodni teorijski rezultati su potvrđeni i u eksperimentalnom istraživanju u Choi *et al.* (2019). Autori dolaze do zaključka da kad su licitanti simetrično informisani, ne postoji statistički značajna razlika u efikasnosti Engleske i aukcije po drugoj najvišoj ceni. Međutim, sa asimetrično informisanim licitantima, Engleska aukcija ima veću efikasnost od aukcije po drugoj najvišoj ceni. Uz nepromenjeni broj licitanata, dodatni ekspert na aukciji povećava očekivani prihod prodavca i na Engleskoj i na aukciji po drugoj najvišoj ceni, pri čemu je taj efekat jači na Engleskoj aukciji.

## 5. HIBRIDNA HOLANDSKA AUKCIJA

Hibridnu holandsku aukciju na kojoj licitanti imaju zajedničku i privatnu komponentu vrednosti razmatraju Naboureh *et al.* (2023). Ovu hibridnu aukciju koja se odvija u tri faze osmislio je nobelovac Roger Myerson 2017. godine<sup>8</sup>. Aukcija se odvija u tri faze. U prvoj fazi se odvija Holandska aukcija i cena se svakih 5 minuta snižava za 1%. Ukoliko cena padne na nivo 20% početne cene (što predstavlja rezervnu cenu), aukcija se završava bez pobednika. Prvi licitanti koji se javi da kupuje predmet pre nego što cena padne na nivo rezervne cene je pobednik prve faze aukcije. Cena po koju je pobednik spreman da plati u prvoj fazi predstavlja rezervnu cenu u drugoj fazi u kojoj licitanti podnose ponude u zatvorenoj formi. Pobednik prve faze može, ali i ne mora da učestvuje u drugoj fazi. U cilju pojednostavljenja postupka određivanja ravnotežnih strategija, Naboureh *et al.* (2023) pretpostavljaju da pobednik prve faze ne učestvuje u drugoj fazi. Pobednik druge

8 O hibridnim aukcijama videti u Trifunović (2019) i Stojadinović *et al.* (2019).

faze je licitant sa najvišom ponudom. U trećoj fazi pobjednik prve faze ima mogućnost da podnese za 10% višu ponudu od pobjednika druge faze i da na taj način postane pobjednik cele hibridne Holandske aukcije. Ukoliko pobjednik prve faze nije spreman da podnese toliku ponudu, pobjednik druge faze je pobjednik cele hibridne Holandske aukcije.

Na ovoj hibridnoj aukciji licitant koji ima precizan signal o vrednosti predmeta ima podsticaj da pobedi u prvoj fazi aukcije, ali to otkriva njegov signal i drugim licitantima, čime se umanjuje prokletstvo pobjednika i licitanti podnose više ponude. To se odražava u većem očekivanom prihodu koji dobija prodavac. Ova hibridna aukcija takođe umanjuje verovatnoću formiranja kartela i privlači veći broj licitanata da učestvuju na aukciji. Pored toga, ova hibridna aukcija onemogućava da licitanti povezani sa prodavcem podnose lažne ponude (*shill bidding*). Razlog je u tome što prva faza aukcije (Holandska aukcija) onemogućava podnošenje lažnih ponude, jer se ta faza aukcije završava kad se prvi licitant javi da mu je prihvatljiva trenutno određena cena.

Naboureh *et al.* (2023) razmatraju aukcije na kojima se prodaju predmeti koji imaju zajedničku i privatnu komponentu vrednosti. Svi prethodno objašnjeni rezultati komparativne statike važe i u ovom slučaju. Smanjenje neizvesnosti u pogledu zajedničke komponente vrednosti povećava očekivani prihod prodavca i umanjuje profit pobjednika aukcije. Povećanje broja licitanata na aukciji ima jači efekat na očekivani prihod prodavca od objavljivanja informacija koje prodavac ima o predmetu ukoliko je preciznost prodavčevog signala ista kao preciznost signala koji imaju licitanti. Međutim, ukoliko prodavac ima precizniji signal od licitanata, tada je moguće da objavljivanje signala prodavca ima jači uticaj na njegov očekivani prihod od učešća dodatnog licitanta na aukciji.

## 6. OBRNUTE AUKEIJE

Na obrnutim aukcijama ili aukcijama za nabavke pobjeđuje licitant koji je spreman da obezbedi predmet ili obavi uslugu koju definiše javna nabavka po najnižoj ceni. Jedan oblik ovakvih aukcija su aukcije za obavezu javnog prevoza (*Public Service Obligation-PSO*). Carnehl & Weiergraeber (2023) razmatraju aukcije za obavezu javnog prevoza putnika železnicom u Nemačkoj. Obaveza javnog prevoza se odnosi na regionalni saobraćaj koji je neprofitabilan i za koji se obezbeđuju subvencije. Na ovoj aukciji pobjeđuje licitant koji je spreman da izvrši obavezu javnog prevoza uz najnižu subvenciju po voznom kilometru. Bivši monopolista *Deutsche Bahn-DB* ima u svom sastavu regionalnog prevoznika *DB Regio*. Ovaj istorijski prevoznik pobjeđuje na većem broju aukcija od drugih licitanata. Carnehl & Weiergraeber (2023) identifikuju dve vrste prednosti koje ima *DB Regio*. Jedna prednost proističe iz nižih troškova zbog toga što već poseduje vozove, dok konkurenti moraju da kupuju ili iznajmljuju nove garniture. Pored toga, ima pristup izvorima finansiranja uz niže troškove od pridošlica na tržištu. Ovaj aspekt prednosti se tiče privatne komponente vrednosti svakog licitanta. Drugi izvor prednosti starosedeoce (*DB Regio*) je u tome što *DB Vertrieb*, koji je deo *DB holdinga*, prodaje karte na svim linijama uključujući i one na kojima pridošlice obavljaju uslugu javnog prevoza. Stoga, *DB Regio* ima bolji uvid u tražnju, tj. ima precizniji signal o zajedničkoj komponenti vrednosti u odnosu na ostale licitante. Da bi izbegli prokletstvo pobjednika, pridošlice će podnositi više ponude, tj. zahtevaće veći iznos subvencije.

Postoje dve vrste aukcija za obavezu javnog prevoza putnika železnicom. Kod bruto ugovora prevoznik koji pobedi na aukciji nema pravo na prihode od prodaje karata koje zadržava organizator aukcije (regionalna agencija za obavezu javnog prevoza). Ova aukcija predstavlja aukciju dobara privatnih vrednosti, jer je informaciona prednost starosedeoaca o zajedničkoj komponenti vrednosti irelevantna. Kod neto ugovora, pobednik aukcije ima pravo i na prihode od prodaje karata. U ovom slučaju za licitante je važna i privatna i zajednička komponenta vrednosti. Privatna komponenta vrednosti se tiče troškova koje ima svaki licitanti, a zajednička komponenta vrednosti se tiče tražnje putnika.

Što se tiče troškovne prednosti starosedeoaca, Carnehl & Weiergraeber (2023) zaključuju da DB *Regio* ima troškovnu prednost na svega 23% aukcija, a glavna prednost starosedeoaca se tiče preciznijeg signala o zajedničkoj komponenti vrednosti. Stoga se dešava da DB *Regio* pobeđuje na aukcijama i kad nema najniži trošak, pa je ishod aukcije neefikasan. Efikasnost aukcije se može povećati ukoliko se umesto neto ugovora koriste bruto ugovori čime se eliminiše informaciona prednost starosedeoaca. Pored toga, Carnehl & Weiergraeber (2023) su utvrdili da na aukcijama za bruto ugovore učestvuje veći broj licitanata.

U modelskom pristupu pretpostavlja se da starosedelac ima trošak koji predstavlja slučajnu promenljivu raspodeljenu u skladu sa logkonkavnom funkcijom raspodele  $F_{CI}$ , dok  $N-1$  pridošlica ima trošak raspodeljen u skladu sa logkonkavnom funkcijom raspodele  $F_{CE}$ . Troškovi predstavljaju privatnu komponentu vrednosti. Licitanti imaju signal o zajedničkoj komponenti vrednosti (o prihodu) koji je raspodeljen u skladu sa logkonkavnom funkcijom raspodele  $F_R$ . Sve slučajne promenljive su nezavisne (uključujući i signale licitanata). Na aukcijama po najvišoj ceni za bruto ugovore licitanti imaju samo privatne vrednosti i očekivani profit licitanta  $i$  koji podnosi ponudu  $b_i$  i ima trošak  $c_i$  je:

$$E[\pi_i] = (b_i - c_i) \cdot \Pr(b_i \leq \min_{i \neq j} b_j). \quad (17)$$

Maksimiziranjem očekivanog profita po  $b_i$  dobija se optimalna ponuda koja ima takav oblik da je licitantov trošak uvećan za određenu maržu ( $\mu_i$ ):

$$b_i = c_i + \mu_i. \quad (18)$$

U slučaju neto ugovora licitanti imaju privatnu i zajedničku komponentu vrednosti. Zajednička komponenta vrednosti predstavlja ponderisani prosek svih signala  $r_i$ , pri čemu je ponder za starosedeoaca  $\alpha_i$ , a za svakog pridošlicu  $\alpha_\epsilon = (1 - \alpha_i)/N$ , tako da je  $\alpha_i \geq \alpha_\epsilon$ . Dakle, zajednička komponenta vrednosti je:

$$R = \sum_{i=1}^N \alpha_i \cdot r_i. \quad (19)$$

Prema analogiji sa licitantovim viškom, svaki licitanti ima neto trošak  $\rho_i = c_i - \alpha_i r_i$ . Logkonkavnost funkcije raspodele verovatnoće signala obezbeđuje da je ponuda licitanta rastuća funkcija njegovog neto troška. Stoga je očekivani profit licitanta  $i$ :

$$E[\pi_i] = (b_i - c_i + \alpha_i r_i + \sum_{j \neq i} \alpha_j E[r_j | r_j \geq \phi_j(b_i)]) \cdot \Pr(b_i \leq \min_{i \neq j} b_j), \quad (20)$$





gde  $\phi_j(b_i)$  predstavlja inverznu funkciju ponude licitanta  $j$ , tj pokazuje koliki neto trošak ima licitant  $j$  koji bi podneo ponudu  $b_j$ . Maksimiziranjem očekivanog profita dobijamo optimalnu ponudu licitanta  $i$  koji očekuje da je druga najbolja ponuda jednaka njegovoj ponudi (uslovno očekivanje):

$$b_i = c_i - \alpha_i r_i - \sum_{j \neq i} \alpha_j E[r_j | \phi_j^{-1}(\rho_j) = b_i] + \mu_i. \quad (21)$$

Dakle, licitant podnosi ponudu koja je jednaka njegovom očekivanom neto trošku uvećanom za maržu. Kad se analizira ova strategija licanata u izrazu (21), može da se zaključi da ukoliko starosedelac i pridošlica imaju isti trošak, pridošlica će podneti višu ponudu da izbegne „prokletstvo pobjednika“, jer ima neprecizniji signal o zajedničkoj komponenti vrednosti. Pri tome, treba imati u vidu da su signali o zajedničkoj komponenti vrednosti nezavisni, što ima za posledicu najviši nivo „prokletstva pobjednika“. Kako se povećava stepen pozitivne korelacije između signala o zajedničkoj komponenti vrednosti, tako se smanjuje „prokletstvo pobjednika“.

Na osnovu podataka sa aukcija za obavezu javnog prevoza železnicom u putničkom saobraćaju u Nemačkoj, Carnehl & Weiergraeber (2023) zaključuju da se efikasna alokacija ostvaruje na 87% aukcija sa bruto ugovorima i na svega 17% aukcija sa neto ugovorima. Glavni uzročnik manje efikasnosti na potonjoj grupi aukcija je informaciona prednost starosedeoaca. Pored toga, za aukcije sličnih karakteristika pobjednička ponuda na aukciji sa bruto ugovorima je neznatno veća od pobjedničke ponude na aukcijama sa neto ugovorima, što je neočekivano imajući u vidu da prihodi od karata predstavljaju značajan iznos prihoda prevoznika kod neto ugovora. Međutim, očigledno je da je takva neočekivano mala razlika u pobjedničkim ponudama posledica nastojanja licanata na aukcijama sa neto ugovorima da izbegnu „prokletstvo pobjednika“ (koje je izraženo zbog informacione prednosti koju ima DB *Regio*) podnoseći više ponude.

## 7. ZAKLJUČAK

Postoji dosta aukcija u praksi na kojima licitanti imaju zajedničku i privatnu komponentu vrednosti. Ipak, i dalje je u teorijskim i eksperimentalnim istraživanjima dominantna pretpostavka da licitanti imaju samo privatne, međuzavisne ili zajedničke vrednosti. Razlog je verovatno u tome što je komplikovanije odrediti ravnotežne strategije na aukcijama na kojima licitanti imaju višedimenzionalni signal. Rezultati istraživanja u ovom radu nam omogućavaju da steknemo bolji uvid u uticaj različitih parametara na efikasnost aukcija u praksi, kao i na očekivani prihod prodavca i profit pobjednika.

Dalja istraživanja u ovoj oblasti su svakako poželjna da bi bili objašnjeni podsticaji za formiranje kartela na ovakvim aukcijama, što je važno pitanje sa aspekta zaštite konkurencije. Intuitivno se može zaključiti da ne postoji podsticaj za stvaranje kartela između asimetrično informisanih licanata, tj. licitanta koji ima signal o zajedničkoj komponenti vrednosti i licanata koji znaju samo svoju privatnu vrednost. Međutim, ako svaki licitant ima neprecizan signal o zajedničkoj komponenti vrednosti, moguće je da se pojavi dodatni podsticaj za formiranje kartela u cilju agregiranja ovih signala i dobijanja preciznije

procene zajedničke komponente vrednosti. Svakako je potrebno baviti se i određivanjem optimalne rezervne cene na ovom tipu aukcija, jer rezervna cena predstavlja efikasno sredstvo za umanjeње štetnog efekta kartela. Sva ova teorijska istraživanja bi trebalo da slede eksperimentalna istraživanja, koja bi potvrdila ili opovrgla zaključke teorijskih modela, i na taj način dala konačni putokaz za izbor najboljeg tipa aukcije u odgovarajućim okolnostima.

## 8. LITERATURA

---

Brocas, I., Carrillo, J. D., & Castro, M. (2017), "Second-price Common Value Auctions with Uncertainty, Private and Public Information: Experimental Evidence", *Journal of Behavioral and Experimental Economics*, 67, 28-40. <https://doi.org/10.1016/j.socec.2016.12.008>

---

Carnehl, C., & Weiergraeber, S. (2023), "Bidder Asymmetries in Procurement Auctions: Efficiency vs. Information—Evidence from Railway Passenger Services", *International Journal of Industrial Organization*, 87, 102902. <https://doi.org/10.1016/j.ijindorg.2022.102902>

---

Choi, S., Guerra, J. A., & Kim, J. (2019), "Interdependent Value Auctions with Insider Information: Theory and Experiment", *Games and Economic Behavior*, 117, 218-237. <https://doi.org/10.1016/j.geb.2019.06.007>

---

Eyster, E., and Rabin, M., (2005), "Cursed Equilibrium", *Econometrica*, 73(5), 1623-1672. <https://doi.org/10.1111/j.1468-0262.2005.00631.x>

---

Fatima, S., Wooldridge, M., & Jennings, N. R. (2005, July), "Sequential Auctions for Objects with Common and Private Values", in *Proceedings of the fourth international joint conference on Autonomous agents and multiagent systems* (pp. 635-642). <https://doi.org/10.1145/1082473.1082570>

---

Goeree, J. K., & Offerman, T. (2002). "Efficiency in Auctions with Private and Common Values: An Experimental Study", *American Economic Review*, 92(3), 625-643. <https://doi.org/10.1257/00028280260136435>

---

Goeree, J. K., & Offerman, T. (2003), "Competitive Bidding in Auctions with Private and Common Values", *The Economic Journal*, 113(489), 598-613. <https://doi.org/10.1111/1468-0297.t01-1-00142>

---

Hernando-Veciana, A., & Tröge, M. (2011), "The Insider's Curse", *Games and Economic Behavior*, 71(2), 339-350. <https://doi.org/10.1016/j.geb.2010.05.007>

---

Kagel, J. and Levin, D. (1986), "The Winner's Curse and Public Information in Common Value Auctions", *American Economic Review*, 76 (5), 894 – 920.

---

---

Klemperer, P. (2002), "What Really Matters in Auction Design", *Journal of Economic Perspectives*, 16(1), 169-189. <https://doi.org/10.1257/0895330027166>

---

Levin, D., Peck, J., & Ye, L. (2007), "Bad News can be Good News: Early Dropouts in an English Auction with Multi-dimensional Signals", *Economics Letters*, 95(3), 462-467. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2006.12.001>

---

Milgrom, P. and Weber, R. (1982), "A Theory of Auctions and Competitive Bidding", *Econometrica*, 50(5), 1089-1122. <https://doi.org/10.2307/1911865>

---

Milgrom, Paul and Rober Weber, (2000), "A Theory of Auctions and Competitive Bidding II", mimeo, Northwestern University.

---

Naboureh, K., Makui, A., Sajadi, S. J., & Safari, E. (2023), "Online Hybrid Dutch Auction with Both Private and Common Value Components and Counteracting Overpayments", *Electronic Commerce Research and Applications*, 59, 101247. <https://doi.org/10.1016/j.elerap.2023.101247>

---

Pagnozzi, M. (2007), "Sorry Winners", *Review of Industrial Organization*, 30, 203-225. <https://doi.org/10.1007/s11151-007-9133-0>

---

Ristić, Bojan & Dejan Trifunović (2022), *Politika zaštite konkurencije: principi i primena* (prvo izdanje), Univerzitet u Beogradu – Ekonomski fakultet.

---

Rothschild, M., & Stiglitz, J. E. (1978), "Increasing Risk: I. A Definition", in *Uncertainty in Economics* (pp. 99-121). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-214850-7.50012-7>

---

Stojadinović, N., Bošković, B., Trifunović, D., & Janković, S. (2019). Train Path Congestion Management: Using Hybrid Auctions for Decentralized Railway Capacity Allocation. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 129, 123-139. <https://doi.org/10.1016/j.tra.2019.08.013>

---

Tan, X. (2016), "Information Revelation in Auctions with Common and Private Values", *Games and Economic Behavior*, 97, 147-165. <https://doi.org/10.1016/j.geb.2016.04.006>

---

Tan, X., & Xing, Y. (2011), "Auctions with Both Common-value and Private-value Bidders", *Economics Letters*, 111(1), 99-103. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2010.05.026>

---

Trifunović, D. (2012a), *Aukcije*, Univerzitet u Beogradu – Ekonomski fakultet.

---

Trifunović, D. (2012b), „Eksperimentalna istraživanja prokletstva pobjednika na aukcijama dobara zajedničke vrednosti“, *Ekonomске ideje i praksa*, 3, 7-20. Trifunović, D. (2012c), „Altruizam i egoizam u biheviorističkoj teoriji igara“, *Ekonomске ideje i praksa*, 5, 7-20.

---

---

Trifunović, D. (2014), „Aukcije sa preprodajom i indikativno licitiranje“, *Ekonomске ideje i praksa*, 14, 61-73.

---

Trifunović, D. (2019). „Hibridne aukcije i aukcije sa premijom“, *Ekonomске ideje i praksa*, 33, 7-24.

---