*Dejan Trifunović* *

**DOI: 10.2298/EKA0670007T**

# ASIMETRIČNE INFORMACIJE NA FINANSIJSKOM TRŽIŠTU – IGRE SA SEKVENCIJALNIM POTEZIMA

## ASSYMETRIC INFORMATION IN THE FINANCIAL MARKET – SEQUENTIAL MOVE GAMES

**APSTRAKT:** *U ovom radu proučavamo uspostavljanje ravnoteže na finansijskom tržištu u uslovima kada su investitori asimetrično informisani, koristeći metodologiju teorije igara. Pokazaćemo da se kupo-prodajna marža (spread) povećava sa povećanjem verovatnoće insajderskog trgovanja. Dinamički modeli trgovine sugerišu da se sa protekom vremena smanjuje informaciona prednost insajdera u odnosu na organizatora tržišta (market maker). Pomoću sekvencijalnih modela trgovine je moguće objasniti razne vrste tržišnih manipulacija i berzanske slomove.*

**KLJUČNE REČI:** *Negativna selekcija; kupo-prodajna marža; berzanski slomovi; bezanske manipulacije.*

**ABSTRACT:** *This paper analyses equilibrium in financial market when investors are aymmetrically informed, by using the methodology of game theory. We will show that bid-ask spread is increasing in probability of insider trading. Dynamic trading models suggest that insider's informational advantage over market-maker is diminishing in time. By using sequential trading models we can explain various types of market manipulations and stock market crashes.*

**KEY WORDS:** *Adverse selection; bid-ask spread; stock market crashes; stock market manipulations.*



* Ekonomski fakultet u Beogradu, dejan@one.ekof.bg.ac.yu. Autor se zahvaljuje prof. dr Bošku Živkoviću na korisnim sugestijama prilikom prevođenje određenih termina. Ovaj rad je objavljen uz podršku ministarstva nauke i zaštite životne sredine u okviru projekta »Razvoj institucija i instrumenata finansijskog i hipotekarnog tržišta«, evidencioni broj 149041.

## 1. UVOD

U ovom radu ćemo analizirati jedan oblik modela mikrostrukture finansijskog tržišta. Mikrostruktura finansijskog tržišta predstavlja posebnu oblast finansijske ekonomije koja proučava uspostavljanje ravnoteže na finansijskom tržištu primenom mikroekonomske metodologije, pre svega teorije igara. Najveći broj modela proučava uspostavljanje ravnoteže u uslovima asimetrične informisanosti. Najopštija klasifikacija modela je na modele sa simultanim i modele sa sekvencijalnim potezima. Modeli sa simultanim potezima se mogu podeliti na konkurentske modele u kojima akteri imaju racionalna očekivanja (Grossman, 1976; Grossman and Stiglitz, 1980) i na strateške aukcije akcija (Kyle, 1989; Battacharya and Spiegel, 1991). Sa druge strane, modeli sa sekvencijalnim potezima se mogu podeliti na modele snimanja (*screening*) u kojima prvi potez povlači akter koji ima manje informacija i modele signalizovanja (Kyle, 1985) u kojima prvi potez povlači akter koji ima više informacija[1]. Mi ćemo u daljem izlaganju pre svega proučavati modele snimanja. Metodološku osnovu za utvrđivanje ravnoteže u igrama sa sekvencijalnim potezima predstavlja *Bajes-Nešova ravnoteža*.

Rad je organizovan na sledeći način. U drugom delu proučavamo statičke modele kupo-prodajne marže. Kod statičkih modela trgovina se odvija samo u jednom periodu. U trećem delu se bavimo dinamičkim modelima kod kojih se trgovina odvija u više perioda. Četvrti deo proučava uticaj dinamičke trgovine na stabilnost tržišta i tu se daje objašnjenje berzanskog sloma u kontekstu sekvencijalnih modela trgovine. Peti deo je posvećen različitim oblicima berzanskih manipulacija. Na kraju sledi zaključak.

## 2. STATIČKI MODELI KUPO-PRODAJNE MARŽE

U ovom radu ćemo se, pre svega, baviti dilerskim tržištima na kojima organizatori tržišta (*market makers*) ističu kupovnu (*ask*) cenu po kojoj investitori mogu da kupe akcije od njih i prodajnu cenu (*bid*) po kojoj investitori mogu da im prodaju akcije. Razlika kupovne i prodajne cene predstavlja maržu (*spread*). Prva istraživanja kupo-prodajne marže su proučavala uticaj zaliha akcija na cene u uslovima simetrične informisanosti. Objašnjenje koje nude ovi modeli je vrlo intuitivno. Ako se povećaju zalihe akcija koje poseduje organizator tržišta, on smanjuje kupovnu i prodajnu cenu. Obrnut zaključak važi ako se zalihe smanje. (O'Hara and Oldfield, 1986). Ako u

[1] Ovu klasifikaciju dajemo prema Brunnermeier (2001; 2003).

razmatranje uključimo postojanje investitora sa insajderskim informacijama optimalna kupo-prodajna marža se menja u odnosu na prethodno opisani model (Bagehot, 1971). Insajder (informisani investitor)[2] poseduje informaciju o budućoj ceni akcije, dok neinformisani investitor ne zna buduću cenu akcije i trguje zbog likvidnosti. *Organizator tržišta uvek ostvaruje gubitak u transakcijama sa insajderom,* koji je bolje informisan od njega i *ostvaruje dobitak u transakcijama sa neinformisanim investitorima*. Nužnost postojanja neinformisanih investitora je u tome što bi u suprotnom organizator tržišta trpeo konstantne gubitke trgujući uvek sa insajderom i tržište bi prestalo da postoji[3]. O značaju ovih »neracionalnih« investitora videti (Black, 1986; Grossman and Stiglitz, 1980; Tirole, 1982). Organizator tržišta nije u stanju da razlikuje ove dve vrste investitora. Da bi se zaštitio od gubitaka organizator tržišta povećava maržu. Dakle, što je veća marža organizator tržišta manje gubi u transakcijama sa insajderom i dobija više u transakcijama sa neinformisanim investitorima. Međutim, što je veća marža manja je likvidnost tržišta.

Pre nego što pređemo na analizu konkretnih modela uvešćemo *četiri opšte pretpostavke*. Prvo, u svim modelima ćemo sa $v$ obeležiti *fundamentalnu vrednost akcije*. Ovu vrednost određuje priroda pre početka igre[4]. Ova vrednost je poznata insajderu, ali ne i organizatoru tržišta i neinformisanom investitoru. Drugo, organizator tržišta nije u stanju da razlikuje informisane od neinformisanih investitora. Treće, prvi potez povlači organizator tržišta (neinformisani akter) koji *određuje kupovne i prodajne cene*, a zatim informisani i neinformisani investitori podnose kupovne i prodajne naloge. Ove cene važe samo za prvog kupca ili prodavca koji kontaktira organizatora tržišta, a kasnije se mogu menjati Konačno, da bismo pojednostavili analizu, pretpostavićemo da su u svim modelima svi akteri neutralni prema riziku.

Kopland i Galai (1983) spadaju među prve autore koji su razmatrali kupo-prodajnu maržu u prisustvu insajderskog trgovanja. U ovom modelu organizator tržišta je monopolista i on se obavezuje da proda akcije po ceni *a* i da kupi akcije po ceni *b*. Pretpostavimo da organizator tržišta određuje kupovne i prodajne cene za samo jednu akciju. Pored organizatora tržišta postoje još dve vrste investitora: informisani investitori (insajderi) i neinformisani investitori (koji trguju zbog likvidnosti). Informisani i neinformisani investitori imaju elastične funkcije tražnje. U ukupnoj populaciji investitora udeo informisanih


Economic Annals no 170, July 2006 - September 2006

2 U tom smislu u tekstu ćemo koristiti kao sinonime reči insajder i informisani investitor.

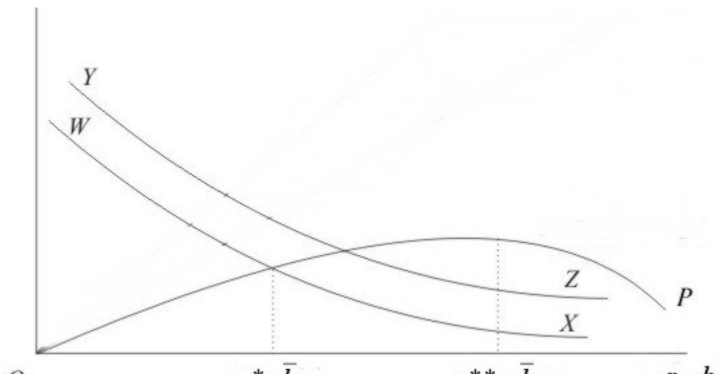
3 Problem negativne selekcije je sličan kao u modelu tržišta polovnih automobila (Akerlof, 1970).

4 U igrama u ekstenzivnoj formi sa asimetričnim informacijama obično se pretpostavlja da priroda vuče prvi potez i određuje tip igrača, ili u ovom slučaju vrednost akcije.

investitora je $\mu$, a udeo neinformisanih investitora je $1-\mu$. Cilj monopolskog organizatora tržišta je da maksimizira profit. Ako odredi preveliku maržu smanjiće se gubitak u trgovini sa informisanim investitorima, ali se istovremeno smanjuje i dobitak iz trgovine sa neinformisanim investitorima, jer je njihova funkcija tražnje elastična. Ukoliko je marža manja, tada se povećava gubitak u trgovini sa informisanim investitorima, ali se istovremeno povećava i dobitak u trgovini sa neinformisanim investitorima.

Insajder kupuje akciju ukoliko je fundamentalna vrednost akcije veća od kupovne cene $(v > a)$, prodaje akcije kada je fundamentalna vrednost akcije manja od prodajne cene $(v < b)$ i ne trguje ako se fundamentalna vrednost akcije nalazi između *a* i *b*. Očekivani gubitak za organizatora tržišta iz trgovine sa insajderom je prikazan linijom *WX*, na slici 1. Kao što smo konstatovali, sa povećanjem marže smanjuje se očekivani gubitak.

Deo neinformisanih investitora prodaje akcije sa određenom verovatnoćom, a deo kupuje akcije sa određenom verovatnoćom. Organizator tržišta ostvaruje dobitak u trgovini sa neinformisanim investitorima, po osnovu razlike između kupovne i prodajne cene. Očekivani dobitak za organizatora tržišta iz trgovine sa neinformisanim investitorima je prikazan linijom *OP*. Možemo da primetimo da je funkcija očekivanog dobitka konkavna. Drugim rečima, sa povećanjem marže povećava se očekivani profit do određene tačke, ali se posle tog nivoa očekivani profit smanjuje jer neinformisani investitori imaju elastičnu funkciju tražnje.




**Slika 1.** Kupo-prodajna marža

Da bismo pojednostavili grafičku ilustraciju uspostavljanja ravnoteže pretpostavimo da je prodajna cena fiksirana na nivou $\bar{b}$ i da organizator tržišta menja samo kupovnu cenu *a*. Pretpostavili smo da je organizator tržišta monopolista, pa će on maksimizirati razliku između očekivanog dobitka i očekivanog gubitka i odrediće kupovnu cenu $a^{**}$. Sa druge strane, ukoliko bi postojalo više organizatora tržišta *Bertranova konkurencija* između njih bi dovela do nultog očekivanog profita, pa bi se ravnoteža ostvarila u preseku očekivanog dobitka i gubitka, odnosno kupovna cena je $a^{*}$. Možemo da konstatujemo da je marža veća u slučaju monopola, nego u savršenoj konkurenciji. Dakle, marža za monopolskog organizatora tržišta se sastoji iz dva dela. Prvi deo marže $a^{*}-\bar{b}$ organizator tržišta određuje da bi se *zaštitio od rizika insajderskog trgovanja*, a drugi deo marže $a^{**}-a^{*}$ je posledica *monopolske moći*.

Na kraju, razmotrimo dva aspekta komparativne statike. Prvo, ako se poveća udeo informisanih investitora povećava se očekivani gubitak (linija *WX* se pomera naviše ka liniji *YZ*) i raste kupovna cena. Drugo, sa povećanjem elastičnosti tražnje neinformisanih investitora funkcija očekivanog dobitka se pomera ulevo i kupovna cena se smanjuje.

Sledeći model na mnogo rigorozniji način objašnjava kupo-prodajnu maržu kada postoji insajdersko trgovanje i formalizuje intuiciju da će porast insajderskog trgovanja dovesti do porasta marže (Glosten and Milgrom, 1985)[5]. U ovom modelu postoji *više konkurentskih organizatora tržišta*, tako da svaki od njih ostvaruje nulti očekivani profit. Pretpostavimo da insajder dobija signal *S* o budućoj vrednosti akcije. Signal može da ima nisku vrednost $S = L$ (loš signal) sa verovatnoćom $\delta$ i visoku vrednost $S = H$ (dobar signal) sa verovatnoćom $1-\delta$. Pretpostavimo da je $\delta = 0.5$. Odgovarajuće uslovne očekivane vrednosti akcije su $v_H = E[v \mid S = H]$ i $v_L = E[v \mid S = L]$, gde je $v_H > v_L$. Organizator tržišta trguje sa insajderom sa verovatnoćom $\mu$. Insajder zna vrednost akcije i kupuje kada je $S = H$, a prodaje kada je $S = L$. Svaki neinformisani investitor podnosi kupovni i prodajni nalog sa podjednakom verovatnoćom od 0.5. Nalog glasi samo na jednu akciju. Kupovinu označavamo sa *B* (*Buy*) , a prodaju sa *Se* (*Sell*) (slika 2).

Organizator tržišta određuje prodajne i kupovne cene koje mu donose nulti očekivani profit, odnosno ove cene predstavljaju uslovno očekivanje. Kupovna cena je $a = E[v \mid B] = v_H \cdot P(v_H \mid B) + v_L(1 - P(v_H \mid B))$.

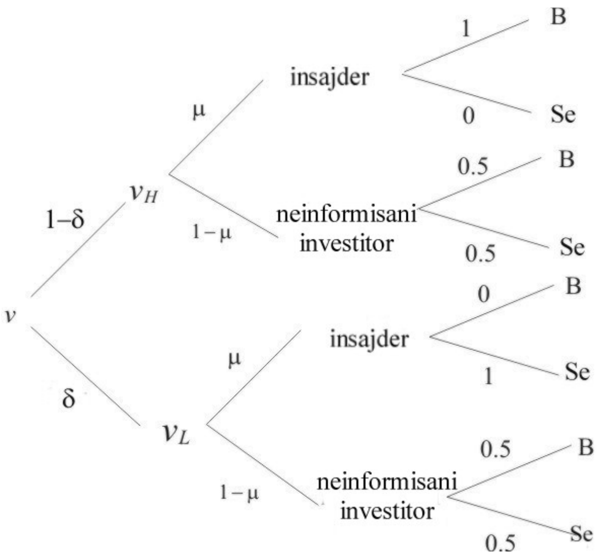
5 Model prikazujemo u pojednostavljenoj intepretaciji prema (Garcia, 2004).

Uslovne verovatnoće određujemo pomoću Bajesovog pravila[6] :

$$P(v_H \mid B) = \frac{P(v_H) \cdot P(B \mid v_H)}{P(B)} = \frac{(0.5) \cdot [\mu + (1-\mu) \cdot 0.5]}{0.5 \cdot \mu + (1-\mu) \cdot 0.5} = \mu + (1-\mu) \cdot 0.5 = 0.5 + 0.5 \cdot \mu \quad (1a)$$

$$1 - P(v_H \mid B) = 1 - (0.5 + 0.5 \cdot \mu) = 0.5 - 0.5 \cdot \mu \,. \quad (1b)$$

Dakle, kupovna cena je: $a = v_H \cdot (0.5 + 0.5 \cdot \mu) + v_L (0.5 - 0.5 \cdot \mu) = E[v] + 0.5\mu \cdot (v_H - v_L)$ .




**Slika 2.** Kupo-prodajna marža - jedinični nalozi

Prodajna cena je $b = E[v \mid Se] = v_H \cdot P(v_H \mid Se) + v_L (1 - P(v_H \mid Se))$. Uslovna verovatnoća je:

$$P(v_H \mid Se) = \frac{P(v_H) \cdot P(Se \mid v_H)}{P(Se)} = \frac{(0.5) \cdot [0 + (1-\mu) \cdot 0.5]}{0.5 \cdot \mu + (1-\mu) \cdot 0.5} = \frac{0.25 \cdot (1-\mu)}{0.5} = 0.5 - 0.5 \cdot \mu \,. \quad (2)$$

---

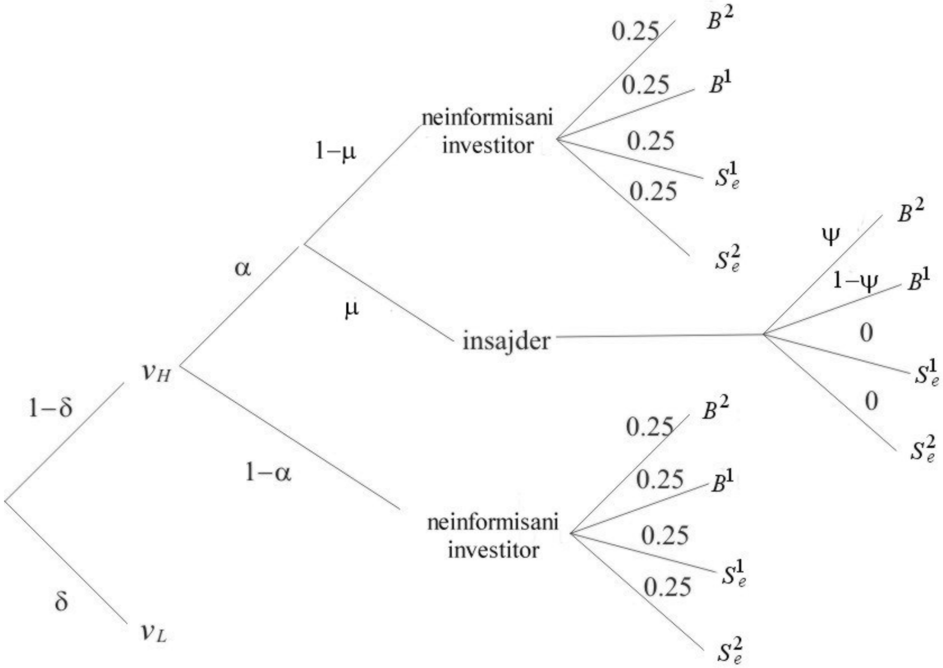
6 Uslovnu verovatnoću $P(B \mid v_H)$ određujemo pomoću dela igre na kojem je realizovano $v_H$ (slika 2). Ovde imamo da je verovatnoća sa kojom insajder kupuje $\mu$ , dok neinformisani investitor kupuje sa verovatnoćom $0{,}5(1-\mu)$ . Dakle, imamo da je $P(B \mid v_H) = \mu + 0{,}5(1-\mu)$ . Na sličan način određujemo da je na grani gde je realizovano $v_H$ $P(B) = 0{,}5 \cdot [\mu + 0{,}5(1-\mu)]$ , a na grani gde je realizovano $v_L$ imamo da je $P(B) = 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot (1-\mu)$ .

Dakle, prodajna cena je $b = v_H \cdot (0.5 \cdot (1-\mu)) + v_L(0.5 \cdot (1+\mu)) = E[v] - 0.5 \cdot \mu \cdot (v_H - v_L)$. Konačno, imamo da je $a - b = \mu \cdot (v_H - v_L)$. Iz poslednje jednakosti zaključujemo da se *marža povećava sa povećanjem verovatnoće insajderskog trgovanja* $(\mu)$ što je u skladu sa intuitivnim objašnjenjem koje je dao Bagehot (1971).

Neka empirijska istraživanja sugerišu da je *marža veća za akcije kojima se ređe trguje*. Postoje tri faktora koja uslovljavaju ovu pojavu. Prvo, organizator tržišta je prinuđen da drži veće zalihe ovih akcija, što povećava njegovu izloženost riziku promene cene akcija. Drugo, organizator tržišta koji trguje ovim akcijama ima veliku tržišnu moć, jer obično postoji samo jedan organizator tržišta koji nudi kotacije za akcije kojima se retko trguje. Konačno, verovatnoća insajderskog trgovanja je veća za ove akcije, nego za akcije kojima se često trguje (Easley, Kiefer, O'Hara and Paperman, 1996).

U sledećem modelu uvodimo dve inovacije. Prvo, prethodni modeli su pretpostavljali da je moguće kupiti ili prodati samo jednu akciju, a sada ćemo pretpostaviti da postoje *mali i veliki nalozi*. Drugo, u modelu Glostena i Milgroma (1985) insajder uvek dobija signal, a ovde ćemo pretpostaviti da insajder dobija signal ako se ostvari *informacioni događaj* (*event uncertainty*). Neka $\alpha$ predstavlja verovatnoću pojavljivanja informacionog događaja. Ukoliko se desi informacioni događaj insajder dobija signal, $S$ pri čemu signal može da ima visoku ili nisku vrednost. (Easley and O'Hara, 1987). Verovatnoća da signal ima nisku vrednost ($L$) je $\delta$, dok je verovatnoća da signal ima visoku vrednost ($H$) $1-\delta$. Kao i ranije pretpostavimo da je $\delta = 0.5$. Obeležimo sa $v_L = E[v \mid S = L]$ i sa $v_H = E[v \mid S = H]$, pri čemu je $v_H > v_L$. Organizator tržišta i neinformisani investitori ne znaju da li se realizovao informacioni događaj. Ako se realizovao informacioni događaj organizator tržišta trguje sa insajderom sa verovatnoćom $\mu$, dok u suprotnom na tržištu postoje samo neinformisani investitori (slika 3).

Obeležimo veliki i mali kupovni nalog sa $B^2$ i $B^1$, respektivno, pri čemu je $B^2 > B^1$. Veliki i mali prodajni nalog obeležavamo sa $S_e^2$ i $S_e^1$, respektivno, gde je $S_e^2 > S_e^1$. Neinformisani investitori mogu da podnesu bilo koji od ova četiri naloga sa podjednakom verovatnoćom. Sa druge strane, ako dobije signal $S = H$, insajder podnosi mali kupovni nalog sa verovatnoćom $1-\psi$ i veliki kupovni nalog sa verovatnoćom $\psi$ i ne podnosi prodajni nalog (verovatnoća 0).




**Slika 3.** Kupo-prodajna marža – veliki i mali nalozi

Na ovom tržištu postoje četiri cene $a^1$, $a^2$, $b^1$ i $b^2$, koje odgovaraju kupovnim i prodajnim cenama za male i velike naloge. Na primer, $a^2 = E(v \mid B^2) = P(v_H \mid B^2) \cdot v_H + (1 - P(v_H \mid B^2)) \cdot v_L$. Uslovna verovatnoća je[7]:

$$P(v_H \mid B^2) = \frac{P(v_H) \cdot P(B^2 \mid v_H)}{P(B^2)} = \frac{0.5 \cdot [0.25 \cdot \alpha \cdot (1-\mu) + \alpha \cdot \mu \cdot \psi + 0.25 \cdot (1-\alpha)]}{0.5 \cdot [\alpha \cdot \mu \cdot \psi + 0.25 \cdot \alpha \cdot (1-\mu) + 0.25 \cdot (1-\alpha)] + 0.5 \cdot [0.25 \cdot \alpha + 0.25 \cdot (1-\alpha)]} \quad (3)$$

Na sličan način određujemo ostale verovatnoće, kao i sve četiri cene. Ako insajderi trguju samo pomoću velikih naloga, tada postoji *razdvajajuća ravnoteža*. Ako insajderi sa pozitivnom verovatnoćom trguju i malim i velikim nalozima tada postoji *grupna ravnoteža*. Formalno, za $S = H$ razdvajajuća ravnoteža je definisana na sledeći način:

$$B^2[v_H - a^2] \geq B^1[v_H - a^1]. \quad (4)$$

[7] $P(B^2)$ određujemo pomoću čvora na kojem je realizovano $v_H$ i čvora na kojem je relizovano $v_L$. Na prvom čvoru verovatnoća podnošenja velikog kupovnog naloga je $0.5 \cdot [\alpha \cdot \mu \cdot \psi + 0.25 \cdot \alpha \cdot (1-\mu) + 0.25 \cdot (1-\alpha)]$, a na drugom $0.5 \cdot [0.25 \cdot \alpha + 0.25 \cdot (1-\alpha)]$.

Drugim rečima, ako je $S = H$ insajderov profit kada trguje velikim kupovnim nalogom prevazilazi profit kada trguje malim kupovnim nalogom. Ako veliki nalog predstavlja kupovinu dve akcije, a mali nalog kupovinu jedne akcije, insajder *indiferentan* između velikog i malog naloga ako je $2 \cdot [v_H - a^2] = [v_H - a^1]$.

Dakle, ravnoteža za kupovnu stranu tržišta je određena cenama $a^1 = E(v \mid B^1) = P(v_H \mid B^1) \cdot v_H + + (1 - P(v_H \mid B^1)) \cdot v_L$ i $a^2 = E(v \mid B^2) = P(v_H \mid B^2) \cdot v_H + (1 - P(v_H \mid B^2)) \cdot v_L$ i verovatnoćom $\psi \in (0,1)$ koja se dobija iz relacije indiferentnosti $2 \cdot [v_H - a^2] = [v_H - a^1]$. Ako je moguće odrediti sve tri vrednosti, tada postoji grupna ravnoteža. Ako nije moguće odrediti $\psi \in (0,1)$ tada postoji razdvajajuća ravnoteža u kojoj insajder trguje samo velikim nalozima ($\psi = 1$).

U dosadašnjem izlaganju se nismo mnogo bavili tržišnim strukturama u kojima posluju organizatori tržišta. U modelu Koplanda i Galaija (1983) smo videli razliku između konkurentskog i monopolskog organizatora tržišta, a sada ćemo detaljnije proučiti *karakteristike različitih tržišnih struktura*. Glosten (1989) analizira racionalnost postojanja specijalista (monopolskih organizatora tržišta) na NYSE i poredi ovaj sistem sa sistemom u kojem postoje konkurentski organizatori tržišta (NASDAQ). Konkurencija između organizatora tržišta može povećati likvidnost tržišta, jer je kupo-prodajna marža manja u odnosu na tržište na kojem postoji specijalista. NYSE reguliše ponašanje specijalista, tako da je tržište likvidnije nego što bi to bio slučaj u odsustvu regulacije. Ipak, postavlja se pitanje racionalnosti trošenja resursa na regulaciju, kada se isti ishod može postići konkurentskim rešenjem. Razlog je u tome što postojanje asimetrične informisanosti favorizuje monopolskog specijalistu.

Ako je problem negativne selekcije velikih razmera, tada konkurentski organizatori tržišta očekuju gubitak na svakoj transakciji i tržište se zatvara. Sa druge strane, za razliku od konkurentskih organizatora tržišta koji imaju uvid samo u strukturu naloga koji su kod njih podneti, a ne i ukupnu strukturu naloga, specijalista je upoznat sa ukupnom strukturom naloga. Na ovaj način *specijalista je u stanju da otkrije veći deo insajderskih informacija*, od konkurentskog organizatora tržišta, čime se smanjuje problem negativne selekcije. Takođe, za razliku od konkurentskih organizatora tržišta koji ostvaruju nulti očekivani profit u svakom periodu, specijalista može da gubitke iz jednog perioda pokriva dobicima iz drugog perioda. Ovaj argument sugeriše da je specijalista u stanju da održava likvidnije tržište kada postoji insajdersko trgovanje.

Glotsen (1989), navodi još jedan argument u prilog prethodnoj tezi. Organizator tržišta pretpostavlja da neinformisani investitori trguju malim nalozima, dok insajderi trguju velikim nalozima. Ovo će rezultovati time da je marža mala za male naloge, dok je za velike naloge marža znatno veća, pa će investitori sa insajderskim informacijama trgovati malim nalozima i tržište se zatvara. Ovaj ishod je izvestan ako postoje konkurentski organizatori tržišta. Specijalista ne određuje ovako veliku diskriminaciju cena, jer očekuje da ostvari gubitak po osnovu trgovine sa velikim nalozima, koje će pokriti dobitkom po osnovu trgovine sa malim nalozima. Ovaj argument, takođe, sugeriše da je monopolista u stanju da održava likvidnije tržište.

Koristeći Glostenov (1989) model Lič i Madhavan (1993), takođe, porede monopolskog i konkurentskog organizatora tržišta. U modelu se pretpostavlja da neinformisani investitori imaju cenovno elastičnu tražnju. Sa ovom pretpostavkom monopolski organizator tržišta može da poveća maržu i da smanji udeo naloga koji podnose neinformisani investitori. Na ovaj način, trgujući većim delom sa insajderima, organizator tržišta može da otkrije veći deo informacija. Dakle, za razliku od prethodnih modela u kojima organizator tržišta pasivno uči u ovom modelu monopolski organizator tržišta koristi *aktivno učenje* i strateški određuje cene da bi podstakao otkrivanje informacija. Za razliku od Glostenovog (1989) modela u kojem organizator tržišta ostvaruje pozitivan profit na malim nalozima i tako nadoknađuje gubitak na velikim nalozima, u ovom modelu organizator tržišta ostvaruje gubitak u prvom periodu, zbog manjeg obima trgovanja sa neinformisanim investitorima, ali nadoknađuje ovaj gubitak u drugom periodu, jer ima više informacija koje je dobio u prvom periodu. Ovaj model se bavi analizom više perioda i pripada grupi dinamičkih modela, koje razmatramo u sledećoj tački.

Do sada nismo eksplicitno modelirali konkurenciju između organizatora tržišta, ali smo pretpostavili da će Bertranova konkurencija između organizatora tržišta rezultirati nultim očekivanim profitom za svakog organizatora tržišta. Takođe bi bilo logično očekivati da veća konkurencija smanji maržu. Ipak, moguć je i drugačiji zaključak ako se organizator tržišta suočava sa problemom insajderskog trgovanja (negativne selekcije) (Dennert, 1993). Naime, pretpostavimo da postoji više organizatora tržišta i da insajder trguje sa svakim od njih ukoliko je to profitabilno za njega, dok je ukupan iznos trgovine neinformisanih investitora fiksan. U ovom slučaju povećanje broja organizatora tržišta povećava ukupan obim insajderskog trgovanja, čime se zaoštrava problem negativne selekcije i konačno svaki *organizator tržišta povećava maržu*.

## 3. DINAMIČKI MODELI KUPO-PRODAJNE MARŽE

U prethodnim modelima smo proučavali trgovanje samo u jednom periodu, a sada ćemo proširiti analizu na više perioda. Struktura prvog modela koji analiziramo je slična prethodnim modelima osim što se trgovina odvija u $T$ intervala (Easley and O'Hara, 1992*a*). Kao i u modelu Glostena i Milgroma (1985) informisani investitori uvek dobijaju signal $S$, koji može da ima dve vrednosti, nisku ($L$) ili visoku ($H$), pri čemu je $\Pr(S = L) = \delta$. Dakle, insajder dobija signal pre početka trgovine, a zatim se trgovina odvija u $T$ perioda, pri čemu nema novih informacija tokom igre. Neuslovna očekivana vrednost akcije je $v^* = \delta \cdot v_L + (1-\delta) \cdot v_H$. Investitori trguju velikim i malim kupovnim i prodajnim nalozima. Veliki kupovni nalog obeležavamo sa $B^2$, a mali sa $B^1$ ($B^2 > B^1$). Na sličan način obeležavamo prodajne naloge $S_e^2$ ili $S_e^1$ ($S_e^2 > S_e^1$). Pretpostavimo da u modelu postoji $m$ informisanih investitora i $n$ neinformisanih investitora. U modelu postoje dve grupe neinformisanih investitora: $n^S$ prodavaca i $n^B$ kupaca. Obeležimo sa $\gamma^S$ udeo neinformisanih prodavaca koji trguju sa velikim prodajnim nalozima $S_e^2$ i sa $\gamma^B$ udeo neinformisanih kupaca koji trguju sa velikim kupovnim nalozima $B^2$. Verovatnoća da će neinformisani investitor, koji kupuje količinu $i$ ($i$=1,2), trgovati zavisi od premije koju mora da plati iznad očekivane vrednosti akcije $(v^*)$. Dakle, ako neinformisani potencijalni kupac zatraži kotacije od organizatora tržišta, verovatnoća da će on da trguje je $\varepsilon_i^B$. Slično definišemo $\varepsilon_i^S$. Na ovaj način pretpostavljamo da je funkcija tražnje neinformisanih investitora elastična. Kao i do sada insajder prodaje kada je $S = L$ i kupuje kada je $S = H$. Pretpostavićemo da postoji *razdvajajuća ravnoteža* u kojoj informisani investitori trguju samo velikim nalozima. Kako u razdvajajućoj ravnoteži samo neinformisani investitori trguju malim nalozima, kupovne i prodajne cene za male naloge moraju da budu jednake $v^*$. Sa druge strane, kupovne i prodajne cene za velike naloge se koriguju za rizik insajderskog trgovanja. Kao i obično, cenovna konkurencija dovodi do nultog očekivanog profita za organizatora tržišta $S^2 \cdot E[\Omega^S(b^2 - v)] = 0$, gde je $\Omega^S$ slučajna promenljiva koja predstavlja broj velikih prodajnih naloga. U skladu sa ovim, ravnotežne cene su:

$$b^2 = E[\Omega^S v]/E[\Omega^S] \text{ i } a^2 = E[\Omega^B v]/E[\Omega^B], \tag{5}$$

gde je $\Omega^B$ slučajna promenljiva koja predstavlja broj velikih kupovnih naloga. Očekivane vrednosti slučajnih promenljivih su:

$$E(\Omega^S) = \delta \cdot m + n^S \cdot \varepsilon_2^S \cdot \gamma^S \text{ i } E(\Omega^B) = (1-\delta) \cdot m + n^B \cdot \varepsilon_2^B \cdot \gamma^B. \tag{6}$$

Prvi član predstavlja očekivani broj prodaja (kupovina) od strane informisanih investitora, dok drugi član predstavlja očekivani broj prodaja (kupovina) od strane neinformisanih investitora. Kupovna i prodajna cena za velike naloge su:

$$b^2 = \frac{(1-\delta)\cdot v_H \cdot n^S \cdot \varepsilon_2^S \cdot \gamma^S + \delta \cdot v_L \cdot [m + n^S \cdot \varepsilon_2^S \cdot \gamma^S]}{\delta \cdot m + n^S \cdot \varepsilon_2^S \cdot \gamma^S}$$

$$a^2 = \frac{(1-\delta)\cdot v_H \cdot [m + n^B \cdot \varepsilon_2^B \cdot \gamma^B] + \delta \cdot v_L \cdot n^B \cdot \varepsilon_2^B \cdot \gamma^B}{(1-\delta)\cdot m + n^B \cdot \varepsilon_2^B \cdot \gamma^B} \tag{7}$$

U brojiocu se nalaze ponderisani proseci broja relevantnih prodaja, pod uslovom da se realizovao određeni signal. Broj kupovina i prodaja neinformisanih investitora je nezavisan od signala, dok za $S = H$ svi informisani investitori kupuju (prodajne naloge u ovom slučaju podnose samo neinformisani investitori), a za $S = L$ svi informisani investitori prodaju (kupovne naloge u ovom slučaju podnose samo neinformisani investitori). U imeniocu se nalazi $E(\Omega^S)$ za prodajnu cenu i $E(\Omega^B)$ za kupovnu cenu. Varijansa slučajne promenljive $v$ je:

$$\sigma_v^2 = (1-\delta)\cdot[v_H - \delta v_L - (1-\delta) v_H]^2 + \delta [v_L - \delta v_L - (1-\delta) v_H]^2 = (1-\delta)\cdot[\delta (v_H - v_L)]^2 + \delta \cdot [(1-\delta)(v_H - v_L)]^2 =$$
$$= (v_H - v_L)^2 \cdot \delta \cdot (1-\delta)\,. \tag{8}$$

Korišćenjem prethodnog izraza prodajne i kupovne cene za velike naloge možemo da predstavimo kao:

$$b^2 = v^* - \frac{m \cdot \sigma_v^2}{[\delta \cdot m + n^S \cdot \varepsilon_2^S \cdot \gamma^S]\cdot(v_H - v_L)} \quad \text{i} \quad a^2 = v^* + \frac{m \cdot \sigma_v^2}{[(1-\delta)\cdot m + n^B \cdot \varepsilon_2^B \cdot \gamma^B]\cdot(v_H - v_L)}\,. \tag{9}$$

Dakle, marža za velike naloge je definisana kao $\frac{m \cdot \sigma_v^2}{(v_H - v_L)} \cdot \left[\frac{1}{E[\Omega^S]} + \frac{1}{E[\Omega^B]}\right]$. Na osnovu poslednje jednakosti možemo da izvedemo dva zaključka. Prvo, sa povećanjem obima trgovina velikim nalozima smanjuje se marža za velike naloge. Drugo, sa *povećanjem neravnoteže između broja velikih kupovnih i prodajnih naloga povećava se marža za velike naloge* (marža se minimizira kada je $E(\Omega^B) = E(\Omega^S)$).

Nakon određivanja cena u početnom periodu, organizator tržišta formira cene za sledeći period, pri čemu koristi informacije o obimu trgovanja u prethodnom periodu. Obeležimo sa $\Omega_t^S$ broj velikih prodajnih naloga, a sa $\Omega_t^B$ broj velikih kupovnih naloga u periodu *t*. Pretpostavimo da organizator tržišta koristi Bajesijanski proces učenja tako da je $\delta_{t+1} = \Pr(S = L \mid (\Omega_t^S, \Omega_t^B), \delta_t)$ ili:

$$\delta_{t+1} = \frac{\delta_t \cdot \Pr\{(\Omega_t^S, \Omega_t^B) \mid S = L\}}{\delta_t \cdot \Pr\{(\Omega_t^S, \Omega_t^B) \mid S = L\} + (1-\delta_t) \cdot \Pr\{(\Omega_t^S, \Omega_t^B) \mid S = H\}}. \tag{10}$$

Ako je u prethodnom periodu bilo više velikih kupovnih naloga nego prodajnih, to ukazuje da je realizovan visok signal i da je potrebno smanjiti $\delta_{t+1}$. Sa druge strane, isti debalans može biti posledica povećanog broja kupovina od strane neinformisanih investitora što ukazuje da ne treba menjati $\delta_{t+1}$. Za koliki iznos se koriguje $\delta_{t+1}$ zavisi od toga koliku verovatnoću organizator tržišta dodeljuje svakoj od ovih mogućnosti. Posle određenog broja ponavljanja procesa trgovanja organizator tržišta je u stanju da odredi vrednost signala, odnosno cene konvergiraju ka fundamentalnoj vrednosti akcije. Ipak, u nekim tržišnim strukturama konvergencija se odvija brže nego u drugim. Da bismo odredili brzinu konvergencije, obeležimo sa $D_T$ prosečnu razliku razlike realizovanih velikih kupovina i prodaja u odnosu na njihove očekivane vrednosti:

$$D_T = 1/T \sum_{t=1}^{T} \left[ (\Omega_t^S - n^S \cdot \varepsilon_2^S \cdot \gamma^S) - (\Omega_t^B - n^B \cdot \varepsilon_2^B \cdot \gamma^B) \right]. \tag{11}$$

Očekivana vrednost ove slučajne promenljive je $E[D_T \mid S] = m \cdot \alpha_S$, gde je $\alpha_S = 1$ za $S = L$ i $\alpha_S = -1$ za $S = H$. Drugim rečima, ako je $S = L(H)$ očekivana vrednost slučajne promenljive $D_T$ je jednaka broju insajderskih prodaja (kupovina). Prema nejednakosti Čebiševa za bilo koje $\tau > 0$ imamo:

$$\Pr\{|D_t - m \cdot \alpha_S| \geq \tau\} \leq (1/\tau^2) \cdot (\sigma_D^2 / T), \tag{12}$$

gde je $\mathrm{var}(D_T) = \sigma_D^2 / T$, a $\sigma_D^2$ predstavlja varijansu obima trgovine velikim nalozima koje su podneli neinformisani investitori.

Da bismo analizirali rezultat koji nam daje izraz (12) uvedimo sledeću definiciju. Dubina tržišta predstavlja sposobnost tržišta da prihvati velike naloge. U ovom modelu očekivani broj velikih naloga koje podnose neinformisani investitori je $n^B \cdot \varepsilon^B \cdot \gamma^B + n^S \cdot \varepsilon^S \cdot \gamma^S$ i ova vrednost predstavlja dubinu tržišta. Tržište koje ima manju dubinu ima višu kupovnu cenu za velike naloge, nižu prodajnu cenu i veću maržu. Sa druge strane, sa smanjenjem dubine tržišta smanjuje se obim trgovanja i varijansa ( $\sigma_D^2$ ), pa izraz (12) sugeriše postojanje *brže konvergencije ako tržište ima manju dubinu*. Iako su početne cene lošije, ako je tržište manje duboko, konvergencija je brža.

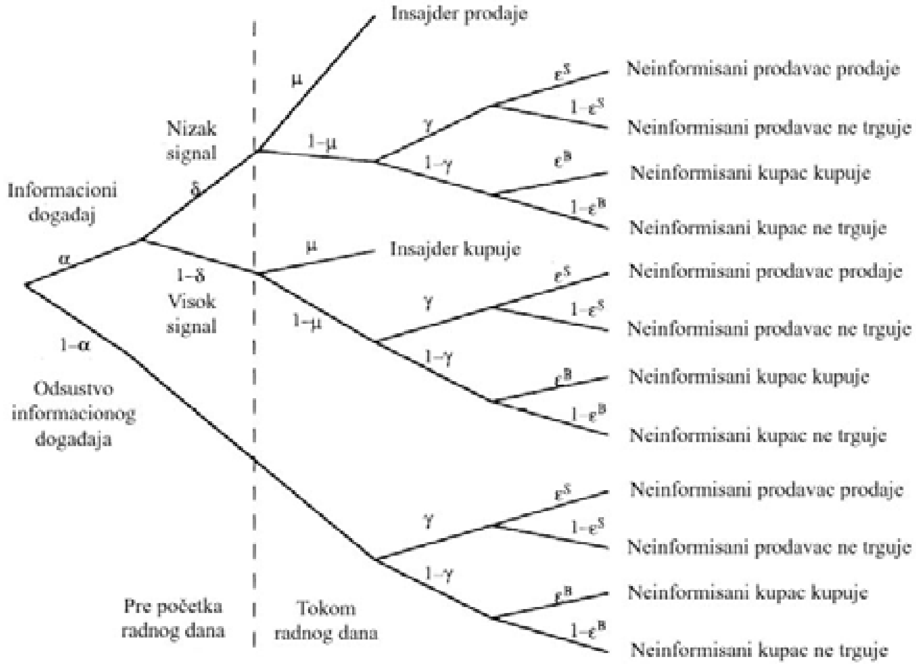
Razmotrimo dva tržišta sa različitim varijansama $\sigma_D^2$, ali sa istim brojem informisanih investitora. Početne kupovne i prodajne cene su iste na oba tržišta, jer je broj informisanih investitora isti. Nejednakost (12) pokazuje da se na tržištu sa manjom varijansom konvergencija odvija brže. Ovaj rezultat je uzrokovan time da kada se na tržištu sa manjom varijansom pojavi debalans u velikim nalozima organizator tržišta smatra da je ovaj debalans najverovatnije prouzrokovan insajderskim trgovanjem.

Prethodni model nije uzimao u razmatranje vreme koje protekne između dve uzastopne trgovine, već se pretpostavljalo da je vreme egzogene promenljiva. Ipak, pokazaćemo da *odsustvo trgovine u nekom vremenskom periodu može pružiti akterima neke dodatne informacije* (Easley and O'Hara, 1992*b*).

Kao i ranije, insajder dobija signal *S* pre početka trgovine u određenom danu sa verovatnoćom $\alpha$. Signal ima nisku vrednost *L* sa verovatnoćom $\delta$ i visoku vrednost *H* sa verovatnoćom $1-\delta$. Odsustvo informacionog događaja obeležavamo sa $S=0$ i tada je očekivana vrednost akcije $v^* = \delta \cdot v_H + (1-\delta) \cdot v_L$.

Neinformisani investitor prodaje jednu akciju sa verovatnoćom $\gamma$ i kupuje jednu akciju sa verovatnoćom $1-\gamma$. Ako u nekom periodu *t* u toku dana neinformisani potencijalni kupac zatraži kotacije od organizatora tržišta, verovatnoća da će on da trguje je $\varepsilon^B > 0$. Na sličan način definišemo verovatnoću $\varepsilon^S > 0$ za potencijalnog prodavca. Ako se desio informacioni događaj organizator tržišta trguje sa informisanim investitorima sa verovatnoćom $\mu$.

Dan u kome se trguje podelimo na intervale $t = 1,2,\ldots$. U svakom periodu jedan od aktera traži kotacije od organizatora tržišta, pa organizator tržišta određuje kupovne i prodajne cene u svakom periodu *t*. Konkurencija između organizatora tržišta rezultuje cenama koje daju nulti očekivani profit. U toku svakog intervala odvija se najviše jedna trgovina, ali je moguće da u toku intervala ne postoji nijedna transakcija. Ovu igru u ekstenzivnoj formi prikazujemo na slici 4.




**Slika 4.** Ekstenzivna forma za igru kojoj je vreme transakcije endogena promenljiva

Ukoliko je slučajnim putem izabran insajder on kupuje akciju, ako je dobio visok signal, a kupovna cena je manja od $v_H$ . Insajder prodaje akciju kada ima nizak signal, a prodajna cena je iznad $v_L$ .

Na prvom čvoru priroda određuje da li će se desiti informacioni događaj. Ako se realizovao informacioni događaj na drugom čvoru se određuje tip signala ($H$,$L$). Ova dva čvora su aktuelna samo pre početka radnog dana. Zatim se slučajnim putem bira jedan od aktera koji traži kotacije u svakom periodu $t$ i deo igre koji se nalazi desno od isprekidane linije se ponavlja u svakom periodu tokom radnog dana.

Moguće je da u toku jednog period ne bude trgovine, što se dešava kada neinformisani investitor zatraži kotacije i odluči da ne trguje. Ovakav ishod je moguć i u situaciji kada se desio i kada se nije desio informacioni događaj. Organizator tržišta ne zna da li se realizovao informacioni događaj.

Razmotrimo na koji način organizator tržišta određuje cene u prvom periodu. Ako se informacioni događaj nije desio verovatnoća realizacije niskog signala $(\delta)$ ostaje nepromenjena. Ako se desio informacioni događaj tada je $\Pr(v = v_L) = 1$ ako je signal nizak i $\Pr(v = v_L) = 0$ ako je signal visok. Obrazac po kome organizator tržišta menja svoja očekivanja o $\delta$ je:

$$\delta(Q) = \Pr(v = v_L \mid Q) = 1 \cdot \Pr(S = L \mid Q) + 0 \cdot \Pr(S = H \mid Q) + \delta \cdot \Pr(S = 0 \mid Q)\,, \tag{13}$$

gde $Q \in \{B, Se, N\}$ pri čemu *B* predstavlja kupovinu, *Se* prodaju, a *N* odsustvo trgovine. Uslovne verovatnoće iz (13) određujemo Bajesovim pravilom:

$$\Pr(S = X \mid Q) = \frac{\Pr(S = X) \cdot \Pr(Q \mid S = X)}{\Pr(S = L) \cdot \Pr(Q \mid S = L) + \Pr(S = H) \cdot \Pr(Q \mid S = H) + \Pr(S = 0) \cdot \Pr(Q \mid S = 0)} \tag{14}$$

Prvo odredimo verovatnoću da je realizovan nizak signal ako se prvi investitor odlučio za prodaju, tj odredimo $\Pr(S = L \mid Se)$. Imamo da je $\Pr(S = L) = \alpha \cdot \delta$, $\Pr(Se \mid S = L) = \mu + (1 - \mu) \cdot \gamma \cdot \varepsilon^S$. Ostale verovatnoće iz imenioca su: $\Pr(S = H) = \alpha \cdot (1 - \delta)$, $\Pr(Se \mid S = H) = (1 - \mu) \cdot \gamma \cdot \varepsilon^S$ i $\Pr(S = 0) = 1 - \alpha$, $\Pr(Se \mid S = 0) = \gamma \cdot \varepsilon^S$. Imenilac izraza (14) postaje:



$$\alpha\delta \cdot (\mu + (1-\mu) \cdot \gamma \cdot \varepsilon^S) + \alpha \cdot (1-\delta) \cdot (1-\mu) \cdot \gamma \cdot \varepsilon^S + (1-\alpha) \cdot \gamma \cdot \varepsilon^S = \alpha \cdot \delta \cdot \mu + \gamma \cdot \varepsilon^S [\alpha\delta(1-\mu) + 1 - \alpha + \alpha \cdot (1-\delta) \cdot (1-\mu)] =$$

$$= \alpha \cdot \delta \cdot \mu + \gamma \cdot \varepsilon^S \cdot (1 - \alpha\mu)\,. \tag{15}$$

Dakle, imamo da je $\Pr(S = L \mid Se)$ prema (14):

$$\Pr(S = L \mid Se) = \frac{\alpha\delta \cdot (\mu + (1 - \mu) \cdot \gamma \cdot \varepsilon^S)}{\alpha\delta\mu + (1 - \alpha\mu) \cdot \gamma \cdot \varepsilon^S}\,. \tag{16}$$

Na sličan način određujemo da je $\Pr(S = 0 \mid Se) = \dfrac{(1 - \alpha) \cdot \gamma \cdot \varepsilon^S}{\alpha\delta\mu + (1 - \alpha\mu) \cdot \gamma \cdot \varepsilon^S}$. Prema tome, u skladu sa (13) organizator tržišta pripisuje sledeću aposteriornu verovatnoću realizaciji niskog signala, ukoliko je u prvom periodu ostvarena prodaja:

$$\delta_1(S_{e1}) = \delta \cdot \left[ \frac{\alpha\mu + \varepsilon^S \cdot \gamma \cdot (1 - \alpha\mu)}{\delta\alpha\mu + \varepsilon^S \cdot \gamma \cdot (1 - \alpha\mu)} \right] > \delta \tag{17}$$

Na osnovu (17) zaključujemo da organizator tržišta povećava verovatnoću koju pripisuje realizaciji niskog signala, ukoliko je prvi akter sa kojim trguje prodao jednu akciju. Ako je $\alpha = \mu = 0$, tada nema prilagođavanja. Na sličan način je moguće pokazati da se $\delta$ smanjuje, ako se prvi akter odlučio na kupovinu.

Na osnovu ovih verovatnoća organizator tržišta određuje prodajne i kupovne cene u periodu $t = 1$. Prodajna cena je jednaka uslovnoj očekivanoj vrednosti u slučaju prodaje[8]:

$$b_1 = E[V \mid Se_1] = v_L \delta_1(S_{e1}) + v_H[1-\delta_1(S_{e1})] = \frac{\delta \cdot v_L \cdot (\alpha\mu + \varepsilon^S \cdot \gamma \cdot (1-\alpha\mu)) + (1-\delta) \cdot v_H \cdot \varepsilon^S \cdot \gamma \cdot (1-\alpha\mu)}{\delta \cdot \alpha \cdot \mu + \varepsilon^S \cdot \gamma \cdot (1-\alpha\mu)} \quad (18)$$

Početna kupovna cena je:

$$a_1 = E[V \mid B_1] = \frac{\delta \cdot v_L \cdot (\varepsilon^B \cdot (1-\gamma) \cdot (1-\alpha\mu)) + (1-\delta) \cdot v_H \cdot (\alpha\mu + \varepsilon^B \cdot (1-\gamma) \cdot (1-\alpha\mu))}{(1-\delta) \cdot \alpha \cdot \mu + \varepsilon^B \cdot (1-\gamma) \cdot (1-\alpha\mu)} \quad (19)$$

Već smo konstatovali da odsustvo trgovine utiče na cene koje određuje organizator tržišta. U tom smislu, primetimo da ako se nije realizovao informacioni događaj, verovatnoća da nema trgovine u nekom intervalu je $\gamma \cdot (1-\varepsilon^S) + (1-\gamma) \cdot (1-\varepsilon^B)$. Ako se desio informacioni događaj verovatnoća da nema trgovine u nekom intervalu je $(1-\mu) \cdot (\gamma \cdot (1-\varepsilon^S) + (1-\gamma) \cdot (1-\varepsilon^B))$, što je manje od prve vrednosti. Dakle, ako nema trgovine u nekom intervalu organizator tržišta povećava verovatnoću koju dodeljuje slučaju da se nije realizovao informacioni događaj. Posledično, ako su cene u periodu *t* ispunjavale uslov $a_t > v^* > b_t$ i ako u periodu *t+1* nema trgovine tada je $a_t > a_{t+1}$ i $b_{t+1} > b_t$. *Drugim rečima, odsustvo trgovine dovodi do pada kupovne cene i rasta prodajne cene i marža se smanjuje* $a_t - b_t > a_{t+1} - b_{t+1}$.

Sekvencijalni modeli snimanja (*screening*) poseduju jednu važnu osobinu, a to je da *cene koje određuje organizator tržišta konvergiraju ka fundamentalnoj vrednosti*[9]*, kada broj trgovina teži beskonačnosti* (O'Hara, 1998). Pretpostavimo da fundamentalna vrednost akcije $v$ ima uslovne očekivane vrednosti $v_L = E[v \mid S = L] = 0$ i $v_H = E[v \mid S = H] = 1$, pri čemu je $\Pr(S = L) = \delta$. Pre početka igre organizator tržišta pretpostavlja da je $\Pr(v = 0) = \delta$. Pretpostavimo da u prvom periodu usledi prodaja (*Se*). Nakon ovog događaja organizator tržišta menja verovatnoću koju pripisuje događaju $v = 0$:

$$\Pr(v = 0 \mid Se) = \frac{\Pr(v = 0) \cdot \Pr(Se \mid v = 0)}{\Pr(v = 0) \cdot \Pr(Se \mid v = 0) + \Pr(v = 1) \cdot \Pr(Se \mid v = 1)}. \quad (20)$$

8 Cene u različitim periodima obeležavamo supskriptom, a velike i male naloge superskriptom.

9 Podsetimo se da fundamentalnu vrednost akcije određuje priroda pre početka igre, a zatim se trgovina odvija u *T* perioda.

Pretpostavimo da je prvobitno $\Pr(v=0)=\Pr(v=1)=1/2$, tako da je $\delta=1/2$. Polovina investitora su informisani, a polovina su neinformisani $(\mu=0.5)$. Neinformisani investitori kupuju i prodaju sa podjednakom verovatnoćom. Odredimo prvo verovatnoću $\Pr(Se\,|\,v=0)$. Ako je $v=0$ informisani investitori uvek prodaju, dok neinformisani prodaju sa verovatnoćom 1/2. Odavde je $\Pr(Se\,|\,v=0)=\mu+(1-\mu)\cdot 1/2=1/2+1/4=3/4$. Sa druge strane, kada je $v=1$ insajder ne prodaje, dok neinformisani investitor prodaje sa verovatnoćom 1/2. Odavde je $\Pr(Se\,|\,v=1)=\mu\cdot 0+(1-\mu)\cdot 1/2=1/4$. Zamenom ovih rezultata dobijamo da je u skladu sa (20) $\Pr(v=0\,|\,Se)=3/4$.

Imajući u vidu da insajder uvek kupuje kada je $v=1$ i da nikada ne kupuje kada je $v=0$ određujemo da je $\Pr(B\,|\,v=0)=1/4$, $\Pr(B\,|\,v=1)=3/4$ i konačno $\Pr(v=0\,|\,B)=1/4$. Organizator tržišta određuje kupovne i prodajne cene za prvi period na uobičajeni način:

$$a_1=E[v\,|\,B]=1\cdot\Pr(v=1\,|\,B)+0\cdot\Pr(v=0\,|\,B)=1\cdot[1-\Pr(v=0\,|\,B)]+0\cdot\Pr(v=0\,|\,B)=3/4, \qquad (21a)$$

$$b_1=E[v\,|\,Se]=1\cdot\Pr(v=1\,|\,Se)+0\cdot\Pr(v=0\,|\,Se)=1\cdot[1-\Pr(v=0\,|\,Se)]+0\cdot\Pr(v=0\,|\,Se)=1/4. \qquad (21b)$$





Ako je u prvom periodu ostvarena kupovina, a u sledećem periodu usledi kupovina odnosno prodaja, organizator tržišta ponovo koriguje verovatnoću koju pripisuje događaju $v=0$. Posle prve kupovine ova vrednost je korigovana na 1/4 ( $\Pr(v=0\,|\,B)=1/4$ ), a posle kupovine (prodaje) u drugom periodu imamo da je:

$$\Pr(v=0\,|\,B,B)=\frac{\Pr(v=0\,|\,B)\cdot\Pr(B\,|\,v=0)}{\Pr(v=0\,|\,B)\cdot\Pr(B\,|\,v=0)+\Pr(v=1\,|\,B)\cdot\Pr(B\,|\,v=1)}=\frac{\Pr(v=0)\cdot(\Pr(B|v=0))^2}{\Pr(v=0)\cdot(\Pr(B|v=0))^2+\Pr(v=1)\cdot(\Pr(B|v=1))^2}=\frac{1}{10} \qquad (22)$$

$$\Pr(v=0\,|\,B,Se)=\frac{\Pr(v=0\,|\,B)\cdot\Pr(Se\,|\,v=0)}{\Pr(v=0\,|\,B)\cdot\Pr(Se\,|\,v=0)+\Pr(v=1\,|\,B)\cdot\Pr(Se\,|\,v=1)}=\frac{1}{2}. \qquad (23)$$

Primetimo da ako nakon kupovine usledi prodaja, verovatnoća koju organizator tržišta dodeljuje događaju $v=0$ je identična početnoj i iznosi 1/2. Kupovne i prodajne cene u drugom periodu su:

$$a_2=E[v\,|\,B,B]=0\cdot\Pr(v=0\,|\,B,B)+1\cdot(1-\Pr(v=0\,|\,B,B))=(0.1)\cdot(0)+(0.9)\cdot(1)=0.9 \qquad (24a)$$

$$b_2=E[v\,|\,B,Se]=0\cdot\Pr(v=0\,|\,B,Se)+1\cdot(1-\Pr(v=0\,|\,B,Se))=(0.5)\cdot(0)+(0.5)\cdot(1)=0.5. \qquad (24b)$$

Analizirajmo šta se dešava sa cenama kada se igra ponavlja beskonačno mnogo puta. Obeležimo sa $b$ ukupan broj kupovina, a sa $s$ ukupan broj prodaja. Takođe, neka je $q \equiv \Pr(B \mid v_L)$, $1-q \equiv \Pr(Se \mid v_L)$, $p \equiv \Pr(B \mid v_H)$ i $1-p \equiv \Pr(Se \mid v_H)$. U skladu sa izrazima (22) i (23) imamo da je:

$$\Pr(v_L \mid b,s) = \frac{\Pr(v_L)\cdot q^b \cdot (1-q)^s}{\Pr(v_L)\cdot q^b \cdot (1-q)^s + \Pr(v_H)\cdot p^b \cdot (1-p)^s}\,. \tag{25}$$

Na sličan način određujemo $\Pr(v_H \mid b,s)$. Pretpostavimo da se desio događaj $v = v_L$. Da bismo pokazali da cene konvergiraju ka fundamentalnoj vrednosti (organizator tržišta otkriva fundamentalnu vrednost akcije nakon velikog broja trgovina), potrebno je da pokažemo da $\Pr(v_H \mid b,s) \to 0$, kada $b+s \to \infty$. Da bismo pokazali ovaj rezultat prvo odredimo količnik $\frac{\Pr(v_H \mid b,s)}{\Pr(v_L \mid b,s)} = \frac{\Pr(v_H)\cdot p^b \cdot (1-p)^s}{\Pr(v_L)\cdot q^b \cdot (1-q)^s}$. Logaritmujući obe strane poslednje jednakosti dobijamo:

$$\log\left(\frac{\Pr(v_H \mid b,s)}{\Pr(v_L \mid b,s)}\right) = \log\left(\frac{\Pr(v_H)}{\Pr(v_L)}\right) + b\cdot\log p + s\cdot\log(1-p) - b\cdot\log q - s\cdot\log(1-q)\,. \tag{26}$$

Podelimo poslednji izraz sa $b+s$ i odredimo graničnu vrednost izraza kada $b+s \to \infty$:

$$\frac{1}{b+s}\cdot\log\left(\frac{\Pr(v_H \mid b,s)}{\Pr(v_L \mid b,s)}\right) = \frac{1}{b+s}\cdot\log\left(\frac{\Pr(v_H)}{\Pr(v_L)}\right) + \frac{b}{b+s}\cdot\log\left(\frac{p}{q}\right) + \frac{s}{b+s}\log\left(\frac{1-p}{1-q}\right). \tag{27}$$

U izrazu sa desne strane (27) $\frac{1}{b+s} \to 0$, $\frac{b}{b+s} \to q$ i $\frac{s}{b+s} \to 1-q$. Dakle, imamo da je:

$$\frac{1}{b+s}\cdot\log\left(\frac{\Pr(v_H \mid b,s)}{\Pr(v_L \mid b,s)}\right) \to q\cdot\log\left(\frac{p}{q}\right) + (1-q)\cdot\log\left(\frac{1-p}{1-q}\right) \tag{28}$$

Ako je desna strana izraza (28) negativna tada $\Pr(v_H \mid b,s) \to 0$. Drugim rečima, potrebno je da pokažemo da je desna strana izraza (28), zaista, negativna. Da bismo ovo pokazali definišimo meru entropije. Entropija meri udaljenost između verovatnoća:

$$I_q(p) \equiv q \cdot \log\left(\frac{q}{p}\right) + (1-q) \cdot \log\left(\frac{1-q}{1-p}\right). \tag{29}$$

Mera entropije ima sledeće osobine (i) $I_q(p) \geq 0 \quad \forall q, p$; (ii) $I_q(q) = 0$; (iii) $I_q(p) \neq 0$ ako je $p \neq q$. Prva osobina pokazuje da je mera entropije uvek pozitivna, dok druga pokazuje da je minimalna vrednost 0. Dakle, desna strana izraza (28) je jednaka negativnoj vrednosti mere entropije $\frac{1}{b+s} \cdot \log\left(\frac{\Pr(v_H \mid b,s)}{\Pr(v_L \mid b,s)}\right) \to -I_q(p)$. Kako je $-I_q(p) < 0$ za $p \neq q$, sledi da $\Pr(v_H \mid b,s) \to 0$, što smo i hteli da pokažemo. Ako je $q = p$ istorija trgovanja ne pruža nikakve informacije i pretpostavka organizatora tržišta o verovatnoći događaja $v = v_L$ ostaje na početnom nivou.

Pokazali smo da posle velikog broja trgovina organizator tržišta zaista otkriva fundamentalnu vrednost, a sada ćemo proučiti kako prisustvo stop naloga utiče na brzinu konvergencije.

Stop nalozi mogu imati značajan uticaj na proces trgovanja. Prisustvo stop naloga povećava početnu maržu, ali istovremeno povećava i brzinu konvergencije cena ka fundamentalnoj vrednosti (Easley and O'Hara, 1991).

U modelu postoje samo jedinični nalozi. Informisani investitori uvek dobijaju signal $S$. Verovatnoća realizacije niskog signala je $\delta$, a verovatnoća realizacije visokog signala je $1-\delta$. Kao i obično imamo da je $v_L = E[v \mid S = L]$, $v_H = E[v \mid S = H]$ i $v^* = \delta \cdot v_L + (1-\delta) \cdot v_H$.

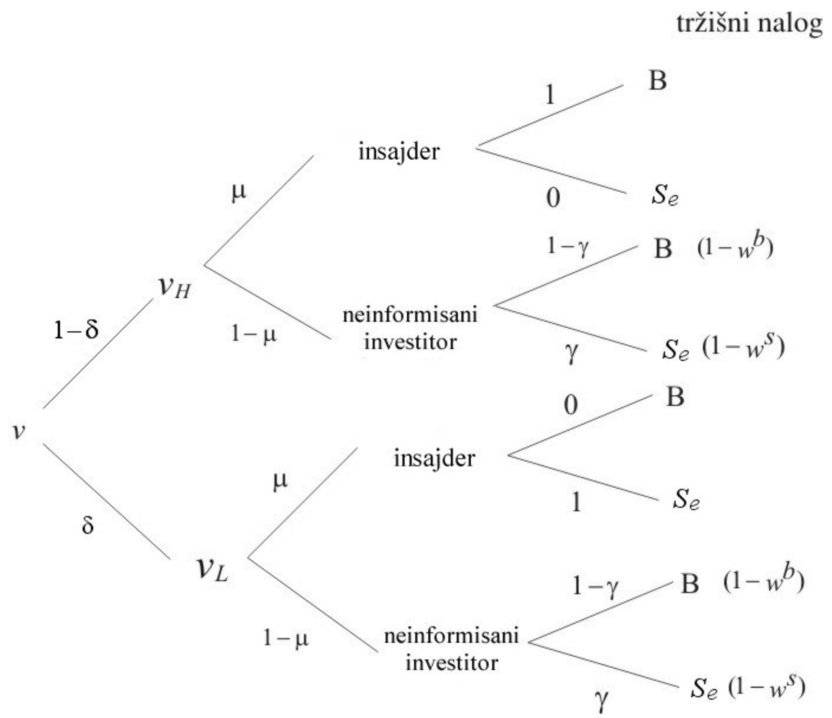
U modelu postoje tržišni nalozi koji se izvršavaju po tekućoj ceni, kao i stop nalozi. Stop nalozi su najčešće prodajni nalozi koji se aktiviraju kada cena dostigne unapred određeni nivo. Dakle, ovi nalozi služe za zaštitu od gubitka. Informisani investitori će uvek koristiti tržišne naloge. Pretpostavimo da informisani investitor zna da je $S = L$ i da želi da proda akciju. Njemu se više isplati da koristi tržišni nalog koji će se izvršiti po tekućoj ceni, nego stop nalog koji će se izvršiti po nekoj nižoj ceni. Ovu tvrdnju pokazuje sledeća lema.

*Lema 1.* Informisani investitor uvek koristi tržišni nalog.

*Dokaz.* Ako je $S = L$ insajderov profit od tržišnog naloga je $b_t - v_L$. Profit od stop naloga koji se izvršava po ceni $p$ je $p - v_L$. Stop prodajni nalog neće biti prihvaćen po ceni većoj od $b_t$, tako da je profit od tržišnog naloga veći. ▪

Kao i do sada informisani investitor podnosi nalog sa verovatnoćom $\mu$, a neinformisani sa verovatnoćom $1-\mu$. Neinformisani investitori prodaju akciju sa verovatnoćom $\gamma$ i kupuju akciju sa verovatnoćom $1-\gamma$. Obeležimo sa $w^s$ ( $w^b$ ) udeo neinformisanih prodavaca (kupaca) koji koriste stop naloge. Stop prodajni nalozi se više koriste, pa je logično pretpostaviti da je $w^s \geq w^b$ . Ova igra je prikazana na slici 5.

Obeležimo sa $\eta \cdot w^s$ ( $\eta \cdot w^b$ ) , $0 \leq \eta \leq 1$ udeo neinformisanih prodavaca (kupaca) koji ne učestvuju u trgovini ako ne postoje stop nalozi. Ako je $\eta > 0$ stop nalozi povećavaju obim trgovanja, dok za $\eta = 1$ obim trgovanja ostaje nepromenjen.




**Slika 5.** Stop nalozi

Pre početka trgovine organizator tržišta pretpostavlja da je $\Pr\{S = L\} = \delta$ , a kako proces trgovine odmiče on menja ovu verovatnoću. Početne prodajne i kupovne cene su $b_1 = E[v \mid Se_1]$ i $a_1 = E[v \mid B_1]$ , pri čemu $Se_1$ i $B_1$ predstavljaju prodaju ili kupovinu u prvom periodu, respektivno. Prodajne i kupovne cene su:

$$b_1 = v_L \cdot \delta(Se_1) + v_H \cdot (1 - \delta(Se_1)), \text{ i} \tag{30a}$$

$$a_1 = v_L \cdot \delta(B_1) + v_H \cdot (1 - \delta(B_1)), \tag{30b}$$

gde je $\delta(Se_1) \equiv \Pr(S = L \mid Se_1)$ i $\delta(B_1) \equiv \Pr(S = L \mid B_1)$. Organizator tržišta menja svoja očekivanja pomoću Bajesove formule:

$$\delta(Se_1) \equiv \frac{\delta \cdot \Pr(Se_1 \mid v_L)}{\delta \cdot \Pr(Se_1 \mid v_L) + (1-\delta) \cdot \Pr(Se_1 \mid v_H)} = \frac{\delta \cdot \left[\mu + (1-\mu) \cdot \gamma \cdot (1-w^S)\right]}{\delta \cdot \mu + (1-\mu) \cdot \gamma \cdot (1-w^S)}. \tag{31}$$

Ako stop nalozi nisu dozvoljeni $w^S$ se zamenjuje sa $\eta \cdot w^S$. Zamenom izraza (31) u izraz (30a) dobijamo:

$$b_1 = \frac{v_L \cdot \delta \cdot \left[\mu + (1-\mu) \cdot \gamma \cdot (1-w^S)\right] + v_H \cdot (1-\delta) \cdot \left[(1-\mu) \cdot \gamma \cdot (1-w^S)\right]}{\delta \cdot \mu + (1-\mu) \cdot \gamma \cdot (1-w^S)} = v^* - \frac{\sigma_v^2}{[v_H - v_L]} \cdot \left[\frac{\mu}{\delta \cdot \mu + (1-\mu) \cdot \gamma \cdot (1-w^S)}\right], \tag{32}$$

gde je $\sigma_v^2$ varijansa slučajne promenljive $v$. Poslednji izraz pokazuje da je prodajna cena manja od $v^*$, čime organizator tržišta nastoji da se zaštiti od rizika insajderskog trgovanja. Na sličan način određujemo da je kupovna cena veća od $v^*$. Dakle, kao što smo i ranije konstatovali marža se povećava sa povećanjem rizika insajderskog trgovanja.

Sledeća teorema pokazuje uticaj stop naloga na cene koje određuje organizator tržišta.

*Teorema 1.* Ako je $\eta < 1$ prisustvo stop naloga smanjuje početnu prodajnu cenu i povećava početnu kupovnu cenu.

*Dokaz.* Razmotrimo samo početnu prodajnu cenu. Ako postoje stop nalozi početna prodajna cena je $b_0^B$. Ukoliko ne postoje stop nalozi prodajna cena u izrazu (32) se dobija zamenom $w^S$ sa $\eta \cdot w^S$. Obeležimo ovu cenu sa $b_0^{NB}$. Kada je $\eta < 1$ imamo da je $b_0^B < b_0^{NB}$. ▪

Prethodna teorema pokazuje da prisustvo stop naloga povećava maržu. Ovaj rezultat je vrlo intuitivan, jer organizator tržišta zna da stop naloge podnose samo neinformisani investitori, pa prisustvo stop naloga smanjuje udeo neinformisanih i povećava udeo informisanih investitora koji trguju tržišnim nalozima, što dovodi do povećanja marže za tržišne naloge.

Pokazali smo pomoću izraza za entropiju da u dinamičkim sekvencijalnim modelima cene konvergiraju ka fundamentalnoj vrednosti kada broj perioda u kojima se odvija trgovina teži beskonačnosti. Na ovom mestu istaknimo da *prisustvo stop naloga povećava brzinu kojom cene konvergiraju ka fundamentalnoj vrednosti*.

## 4. BERZANSKI SLOMOVI

U narednom izlaganju prikazaćemo objašnjenje berzanskog sloma koji se desio oktobra 1987. pomoću sekvencijalnog modela trgovine (Jacklin, Kleidon and Pfleiderer, 1992). Ovaj berzanski slom je karakterističan po tome što je pre sloma postojao konstantan rast cena, a nakon sloma cene su dugo ostale ispod prvobitnog nivoa. Ova činjenica ukazuje da objašnjenje treba tražiti u nepotpunim informacijama o obimu portfolio osiguranja (dinamičke strategije trgovine). Dinamička strategija trgovine podrazumeva kupovinu akcija kada njihova cena raste i prodaju akcija kada njihova cena opada. Ako organizator tržišta nema informacije o obimu dinamičkog trgovanja, on može pogrešno interpretirati dinamičku trgovinu kao insajdersku trgovinu. Koristeći se ovom logikom možemo konstatovati da su pre sloma prosečne cene[10] akcija bile previsoke u poređenju sa cenama koje bi se realizovale kada bi obim insajderskog trgovanja bio poznat, a cene su zatim opale kada su tržišni akteri shvatili koliki je udeo dinamičke trgovine u ukupnom obimu trgovanja. Ovo objašnjenje berzanskog sloma je u skladu sa činjenicom da pre sloma nije postojao priliv novih informacija koji bi doveo do promene vrednosti akcija.

Model koji ovde koristimo predstavlja modifikaciju modela Glostena i Milgroma (1985). U svakom periodu jedan investitor trguje sa organizatorom tržišta. Na početku perioda *t* organizator tržišta određuje prodajne i kupovne cene $b_t$ i $a_t$ za jednu akciju. Organizator tržišta u sledećem periodu menja cene u $b_{t+1}$ i $a_{t+1}$. U poslednjem periodu $T$ svim akterima je poznata fundamentalna vrednost akcije. Pretpostavićemo da akcija ima samo tri moguće vrednosti $v_H$, $v_M$ i $v_L$ sa verovatnoćama $\delta_H$, $\delta_M$ i $\delta_L$. Organizator tržišta određuje cene na uobičajen način $b_t$ predstavlja uslovno očekivanje od $v$ s obzirom na istoriju trgovanja do perioda *t* i s obzirom na podnošenje prodajnog naloga u periodu *t*. Slično $a_t$ predstavlja uslovno očekivanje od $v$ s obzirom na istoriju trgovanja do perioda *t* i podnošenje kupovnog naloga u periodu *t*.

U svakom periodu organizator tržišta trguje sa insajderom sa verovatnoćom $\mu$. Insajder podnosi kupovni nalog ako je $v > a_t$, prodajni nalog ako je $v < b_t$ i ne trguje ako je $a_t \geq v \geq b_t$. Sa verovatnoćom $1-\mu$ organizator tržišta trguje sa neinformisanim investitorom. Neinformisani investitor može da bude investitor koji koristi dinamičku strategiju ili investitor koji trguje zbog likvidnosti. Obeležimo sa $\theta$ verovatnoću da neinformisani investitor koristi dinamičku strategiju i pretpostavimo da postoje dve vrednosti za ovu verovatnoću $\theta_H$ i $\theta_L$, gde je $\theta_H > \theta_L$. U prvom periodu organizator tržišta pripisuje ishodu $\theta = \theta_H$

10 $(a_t + b_t)/2$.

verovatnoću $\phi$, a ishodu $\theta = \theta_L$ verovatnoću $1-\phi$. Tokom vremena organizator tržišta menja verovatnoću $\phi$. Dakle, organizator tržišta ne zna koliki je stvarni obim dinamičke trgovine.

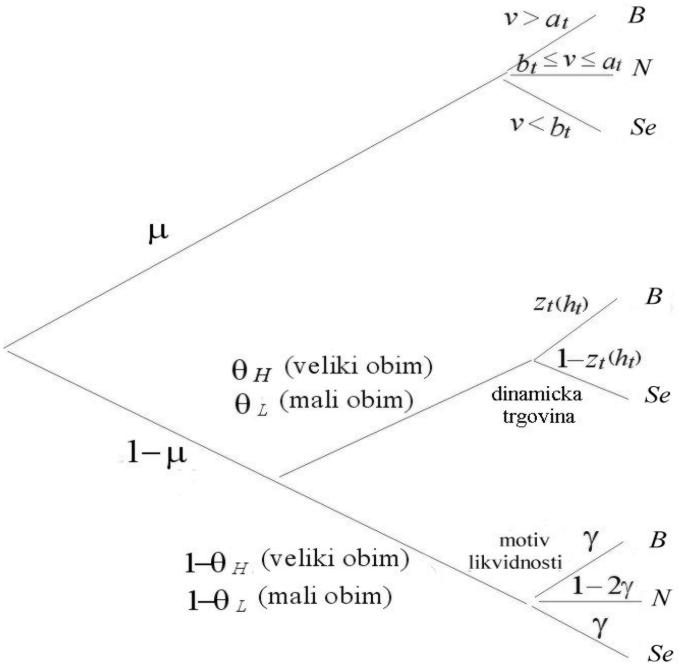
Neinformisani investitor koji trguje zbog likvidnosti (ne koristi dinamičku strategiju) podnosi kupovni i prodajni nalog sa istom verovatnoćom $\gamma$ i ne trguje sa verovatnoćom $1-2\cdot\gamma$. Investitori koji koriste dinamičku strategiju kupuju akcije kada kupovna cena raste i prodaju kada prodajna cena opada. Obeležimo sa $h_t$ istoriju trgovanja do perioda *t*. Neka $r_t$ predstavlja verovatnoću da je investitor već aktivirao dinamičku strategiju, pa $1-r_t$ predstavlja verovatnoću da investitor aktivira dinamičku strategiju u periodu *t*. Definišimo sa $z_t(h_t)$ verovatnoću da investitor koji koristi dinamičku strategiju podnosi kupovni nalog u periodu *t*. Ova verovatnoća je definisana na sledeći način:

$$z_t(h_t) = (1-r_t) + r_t \cdot \kappa\{a_{t-1} > a_{t-2}\}, \tag{33}$$

gde je $\kappa\{a_{t-1} > a_{t-2}\} = 1$ ako je $a_{t-1} > a_{t-2}$ i $\kappa\{a_{t-1} > a_{t-2}\} = 0$ u suprotnom. U prethodnom izrazu pretpostavljamo da ako investitor aktivira dinamičku strategiju u periodu *t* on podnosi kupovni nalog sa verovatnoćom 1. Ovo je u skladu sa idejom da se aktiviranjem dinamičke strategije smanjuje rizik držanja akcija i da investitor nastoji da poveća količinu akcija koje poseduje. Ako je investitor već aktivirao dinamičku strategiju on kupuje akcije samo ako je kupovna cena akcija porasla u periodu $t-1$ u odnosu na period $t-2$.

Pretpostavimo da postoji 6 stanja prirode. U stanjima prirode 1,2 i 3 obim dinamičke trgovine je visok (verovatnoća $\theta_H$), a vrednost akcije je $v_H$, $v_M$ i $v_L$, respektivno. Slično, u stanjima prirode 4,5 i 6 obim dinamičke trgovine je nizak, a vrednost akcije je $v_H$, $v_M$ i $v_L$, respektivno. Obeležimo sa $\pi_t^i(h_t)$ verovatnoću da je stanje prirode *i* s obzirom na istoriju trgovine $h_t$. U početnom periodu imamo da je $\pi_1^1(h_1) = \phi\cdot\delta_H$, $\pi_1^2(h_1) = \phi\cdot\delta_M$, $\pi_1^3(h_1) = \phi\cdot\delta_L$. Verovatnoće za stanja prirode 4 do 6 su iste osim što se $\phi$ zamenjuje sa $1-\phi$.

Kao što smo već konstatovali organizator tržišta određuje cene $b_t = E(v \mid h_t, Se \text{ u periodu } t)$ i $a_t = E(v \mid h_t, B \text{ u periodu } t)$. Ovde ćemo samo razmotriti formiranje prodajne cene. Obeležimo sa $Se_t^i(h_t, b_t)$ verovatnoću da je u periodu *t* podnet prodajni nalog pod uslovom da je (a) stanje prirode *i*; (b) istorija trgovine $h_t$ i (c) prodajna cena u periodu *t* $b_t$. Pretpostavimo da je $b_t \geq v_M$.




**Slika 6.** Dinamička trgovina i berzanski slom
(*B*-kupovina, *Se*-prodaja, *N*-odsustvo trgovine)

Na osnovu slike 6, možemo utvrditi da je:

$$Se_t^1(h_t,b_t) = (1-\mu)\cdot(\theta_H(1-z_t(h_t)) + (1-\theta_H)\cdot\gamma),$$
$$Se_t^2(h_t,b_t) = \mu + (1-\mu)\cdot(\theta_H(1-z_t(h_t)) + (1-\theta_H)\cdot\gamma), \tag{34a}$$

$$Se_t^3(h_t,b_t) = \mu + (1-\mu)\cdot(\theta_H(1-z_t(h_t)) + (1-\theta_H)\cdot\gamma),$$
$$Se_t^4(h_t,b_t) = (1-\mu)\cdot(\theta_L(1-z_t(h_t)) + (1-\theta_L)\cdot\gamma), \tag{34b}$$

$$Se_t^5(h_t,b_t) = \mu + (1-\mu)\cdot(\theta_L(1-z_t(h_t)) + (1-\theta_L)\cdot\gamma),$$
$$Se_t^6(h_t,b_t) = \mu + (1-\mu)\cdot(\theta_L(1-z_t(h_t)) + (1-\theta_L)\cdot\gamma). \tag{34c}$$

Dakle, ukupna verovatnoća da je podnet prodajni nalog u periodu $t$ je $\sum_{i=1}^{6}\pi_t^i(h_t)Se_t^i(h_t,b_t)$. Ako je u periodu $t$ podnet prodajni nalog organizator tržišta menja očekivanja o verovatnoći realizacije stanja prirode. Na osnovu Bajesovog pravila imamo:

$$(\pi_{t+1}^{i} \mid h_t, Se \text{ u periodu } t) = \frac{\pi_t^i(h_t)\, S_t^i(h_t, b_t)}{\sum_{j=1}^{6} \pi_t^j(h_t)\, S_t^j(h_t, b_t)}. \tag{35}$$

Na osnovu ovoga imamo da je $b_t = E(v \mid h_t, Se \text{ u periodu } t) = \sum_{i=1}^{6} \frac{\pi_t^i(h_t)\cdot S_t^i(h_t, b_t)\cdot v(i)}{\sum_{j=1}^{6} \pi_t^j(h_t)\, S_t^j(h_t, b_t)}$, gde je $v(i)$ vrednost akcije u stanju prirode *i*. Umesto eksplicitnog određivanja ravnoteže Džeklin, Klajdon i Flajderer (1992) koriste simulaciju za 4 različita scenarija i 100 perioda. U *prvom scenariju* organizator tržišta ne zna koliki je obim dinamičkog trgovanja $(0 < \phi < 1)$ i stvarni iznos dinamičkog trgovanja je veći od očekivanog $(\theta = \theta_H)$. U *drugom scenariju* organizator tržišta ne zna koliki je obim dinamičkog trgovanja $(0 < \phi < 1)$ i stvarni iznos dinamičkog trgovanja je manji od očekivanog $(\theta = \theta_L)$. U *trećem scenariju* organizator tržišta zna iznos dinamičkog trgovanja i stvarni iznos je visok $(\theta = \theta_H)$. U *četvrtom scenariju* ne postoji dinamička trgovina i ova činjenica je poznata organizatoru tržišta.

U svakom od ovih scenarija pretpostavljamo da je $\mu = 0.5$, $v_H = 100$, $v_M = 50$, $v_L = 0$ i $\delta_H = \delta_M = \delta_L = 1/3$. Verovatnoća aktiviranja dinamičke trgovine je $r_t = Z((t-15)/2)$, gde je $Z(\cdot)$ standardizovana normalna slučajna promenljiva. Odavde vidimo da je $r_t$ rastuća funkcija po $t$, jer je logično pretpostaviti da će sa protekom vremena sve veći broj investitora aktivirati dinamičku trgovinu.

Prvi scenario ima najinteresantnije rezultate simulacione analize. Pretpostavimo da je realizovan ishod $v_M = 50$. Pošto organizator tržišta smatra da je obim dinamičke trgovine manji nego što zaista jeste, on ima pogrešnu pretpostavku da je ovaj veći obim dinamičke trgovine zasnovan na insajderskim informacijama. Ova pogrešna očekivanja dovode do porasta prosečne cene ($(a_t + b_t)/2$) na nivo od 65,22 u periodu 15. Ipak, sa protekom vremena prosečna cena se smanjuje i za $t = 100$ prosečna cena je 50.

U drugom scenariju se ostvaruje manji obim dinamičke trgovine nego što organizator tržišta očekuje, pa će on ovo pripisati lošim vestima ($v_L = 0$). Prosečna cena će opasti na nivo od 47,8 u periodu 18. Ipak za $t = 100$ prosečna cena će biti 49,15. U modelima 3 i 4 prosečna cena je 50 u svakom periodu. Ova činjenica ukazuje da *neizvesnost u pogledu iznosa dinamičke trgovine uzrokuje cenovne oscilacije, a ne sama dinamička trgovina*. Podsetimo se da u trećem scenariju organizator tržišta zna iznos dinamičke trgovine, dok u četvrtom modelu ne postoji dinamička trgovina.

Interesantna objašnjenja berzanskog sloma iz 1987 godine u kontekstu racionalnih očekivanja imaju Genot i Leland (1990) i Romer (1993). Sa druge strane, Bataharia i Spigel (1991) nude objašnjenje berzanskog sloma koristeći model strateških aukcija.

## 5. BERZANSKE MANIPULACIJE

Manipulacije na finansijskom tržištu postoje još od njegovog nastanka. Najčešće bi grupa investitora prodavala akcije po unapred utvrđenom dogovoru, a zatim širila lažne informacije o lošem budućem poslovanju kompanija koje su predmet prodaje. Zatim bi ovi investitori ponovo otkupili akcije po nižoj ceni i ostvarili profit. Da bi se sprečile ovakve aktivnosti zakonski je zabranjeno vršenje manipulacija na osnovu *lažnih informacija*. Pored ovoga zabranjene su i manipulacije zasnovane na *nelegitimnim aktivnostima*. Primer za ovu vrstu manipulacije predstavlja kompanija American Steel. Menadžeri ove kompanije su izvršili neprokrivenu prodaju akcija (*short sale*), a zatim su zatvorili rudnike. Ovo je dovelo do drastičnog pada cene akcija, a menadžeri su ostvarili veliki profit. Alen i Gejl (1992) pokazuju da postoji mogućnost ostvarenja profita kod *manipulisanja zasnovanog na trgovini*. Kod ove strategije investitor kupuje akcije i zatim ih prodaje bez širenja lažnih vesti i bez preduzimanja nelegitimnih akcija.

U modelu postoje tri vremenska perioda $t = 1,2,3$. Ključna pretpostavka modela je da se loše vesti ($v = v_L$) objavljuju u $t = 2$, a dobre vesti ($v = v_H$) u $t = 3$. Dakle, loše vesti se prvo objavljuju. U periodu $t = 1$ sve akcije su u vlasništvu malih, pasivnih investitora koji tretiraju svoje akcije kao dugoročno ulaganje. U periodu $t = 2$ moguć je ulazak velikog investitora na tržište, koji kupuje akcije u $t = 2$ od malih investitora, a zatim im ih prodaje u $t = 3$. Veliki investitor može biti informisan ili neinformisan (manipulator). Alen i Gejl (1992) pokazuju da ukoliko se loše vesti prvo objavljuju i ako su mali investitori odbojni ka riziku u dovoljnoj meri, maniplator može ostvariti profit kupujući, a zatim prodajući akcije.

Ipak, potrebno je da razmotrimo realnost pretpostavki koje smo naveli. Ključna pretpostavka koja je omogućila postojanje manipulacije zasnovane na trgovini je da se prvo objavljuju loše vesti. Da li je ovakva pretpostavka realna? Razmotrimo ulaganje u istraživačku aktivnost. Ako proizvod ili proizvodni proces nije moguće razviti to će postati očigledno u ranim fazama razvoja, dok će dobre vesti o mogućnosti komercijalizacije istraživanja doći tek kasnije.

Druga značajna pretpostavka je da veliki investitor prodaje sve akcije u $t = 3$. Ova pretpostavka se može opravdati time da ulazak na tržište u $t = 2$ predstavlja najbolju investicionu mogućnost za velikog investitora, dok u $t = 3$, postoje bolje investicione mogućnosti.

Fišman i Hagerti (1995) analiziraju još jedan oblik berzanskih manipulacija. Naime, pravila koja regulišu insajdersko trgovanje zahtevaju da insajder objavi informacije o svojoj trgovini, jer se pretpostavlja da ovo može dovesti do veće ravnopravnosti tržišnih aktera. Pokazaćemo da ova argumentacija nije tačna u opštem slučaju, odnosno da objavljivanje informacija o insajderskoj trgovini može povećati insajderov profit.

Ovaj rezultat se može ukratko objasniti na sledeći način. U ovom modelu insajder može biti informisan ukoliko dobije signal S sa verovatnoćom $\alpha$, dok je u suprotnom neinformisan. Ukoliko insajder proda akciju, ostali akteri pretpostavljaju, da je njegova informacija nepovoljna, ako je insajder informisan i možemo očekivati pad prosečne cene. Ako insajder kupi akciju može se očekivati porast prosečne cene. Ove promene prosečne cene smanjuju profit informisanog insajdera u sledećoj trgovini, ali povećavaju profit insajdera koji nije dobio signal i koji trguje da bi ostvario profit na osnovu promene cene. Ukoliko je verovatnoća informacionog događaja $\alpha$ mala tada se ukupan očekivani profit za insajdera povećava ako objavi podatak o svojoj trgovini. U tom kontekstu, moguće je da insajder ima podsticaj da dobrovoljno objavi informacije o svojoj trgovini (*volountary disclosure*) ukoliko to ne bi bilo zakonski obavezno (*mandatory disclosure*). Naime, zakonska regulativa u SAD zahteva da vlasnici koji imaju više od 10% akcija kao i menadžeri i zaposleni u kompaniji dostave informacije SEC-u o svojoj trgovini. Fišman i Hagerti (1995) pokazuju da *insajder ima podsticaj da dobrovoljno objavi informacije o svojoj trgovini ako $\alpha$ ima malu vrednost*.

Sledeći model je sličan prethodnom modelu, ali pretpostavićemo da je insajder primoran da objavi informaciju o svojoj trgovini nakon prve runde trgovine. Da bi prikrio svoju informaciju insajder koristi mešovitu strategiju i ponekad trguje suprotno od svoje informacije. Insajder ostvaruje gubitak ukoliko koristi strategiju koja je suprotna njegovoj informaciji, ali ovaj gubitak se kompenzira dobitkom na osnovu korišćenja insajderske informacije u drugoj rundi trgovine. Kao rezultat organizator tržišta određuje manju maržu, jer ima manje gubitke po osnovu trgovine sa insajderom budući da on ponekad trguje suprotno od svoje informacije (Kose and Narayanan, 1997).

Model ima sledeću strukturu. Neuslovna očekivana vrednost akcije je $E(v) = v_0$. Insajder dobija signal $S$ sa verovatnoćom $\alpha$. Sa verovatnoćom $1-\alpha$ insajder ne dobija nikakav signal. Insajder dobija dobar signal $S = H$ sa verovatnoćom $1-\delta$ i loš signal $S=L$ sa verovatnoćom $\delta$. Dakle, ukupna verovatnoća dobijanja lošeg signala $S=L$ je $\alpha\delta$, a dobrog $S=H$ je $\alpha(1-\delta)$, dok je verovatnoća da insajder ne dobije nikakav signal $S=\varnothing$, $1-\alpha$.

Odgovarajuće uslovne očekivane vrednosti su[11] $E(v \mid S=L)=v_0-\varepsilon_L$; $E(v \mid S=H)=v_0+\varepsilon_H$ i $E(v \mid S=\varnothing)=v_0$. Kada uslovne očekivane vrednosti pomnožimo odgovarajućim verovatnoćama dobijamo neuslovnu očekivanu vrednost $v_0$, odakle sledi:

$$\delta\varepsilon_L=(1-\delta)\varepsilon_H \,. \tag{36}$$

Organizator tržišta određuje prodajnu i kupovnu cenu. Insajderovu strategiju u svakoj rundi trgovanja obeležavamo sa $X_1(S)$ i $X_2(S)$. U svakom periodu insajder kupuje (*B*) ili prodaje (*Se*) jednu akciju ili uopšte ne trguje. U modelu postoji $n$ neinformisanih investitora od čega $n/2$ kupuje, a $n/2$ prodaje akciju u svakom periodu.

U modelu postoji 7 perioda[12]. U prvom periodu insajder dobija signal $S$. U drugom periodu organizator tržišta određuje kupovnu i prodajnu cenu $a_1$ i $b_1$. U trećem periodu insajder i neinformisani investitori podnose naloge. U četvrtom periodu insajder objavljuje informaciju o svojoj trgovini u prethodnom periodu. U petom periodu organizator tržišta određuje kupovne i prodajne cene $a_2$ i $b_2$ za drugu rundu trgovanja. U šestom periodu insajder i neinformisani investitori podnose naloge. Konačno, u sedmom periodu svi akteri znaju fundamentalnu vrednost akcije $v$.

Razmotrićemo dva slučaja. Prvo kada je insajder uvek informisan $\alpha=1$ i drugo kada insajder dobija informaciju sa određenom verovatnoćom $\alpha\in(0,1)$.

Pretpostavimo da su insajderove strategije za prvu rundu trgovanja u zavisnosti od signala sledeće:

$$X_1(L)=\begin{cases} B \text{ sa verovatnoćom } \mu_L \\ Se \text{ sa verovatnoćom } 1-\mu_L \end{cases} \quad X_1(H)=\begin{cases} Se \text{ sa verovatnoćom } \mu_H \\ B \text{ sa verovatnoćom } 1-\mu_H \end{cases}. \tag{37a}$$

Odavde uočavamo da $\mu_L$ i $\mu_H$ predstavljaju verovatnoću da insajder manipuliše. U prvom slučaju insajder kupuje akciju kada dobija loš signal, a u drugom prodaje kada dobija dobar signal. U drugoj rundi insajder nema

11 Do sada smo imali da je $E(v \mid S=L)=v_L$, dok je ovde $E(v \mid S=L)=v_0-\varepsilon_L$.

12 Zato ovde koristimo izraz runda trgovine, jer se između dve trgovine odvijaju još neke aktivnosti.

podsticaj da trguje suprotno od svoje informacije, jer će ona svakako biti objavljena nakon trgovine, pa je strategija za drugu rundu trgovanja:

$$X_2(S) = \begin{cases} S\text{e kada je } S = \mathrm{L} \\ B \text{ kada je } S = \mathrm{H} \end{cases}. \tag{37b}$$

U sledećoj lemi određujemo ravnotežne prodajne i kupovne cene, uzimajući kao datu strategiju insajdera. Kasnije ćemo dokazati da su pretpostavljene funkcije tražnje ravnotežne.

*Lema 2.* Organizator tržišta određuje ravnotežnu prodajnu i kupovnu cenu:

$$b_1 = v_0 - \frac{2\delta(1-\mu_L-\mu_H)}{n+2\delta(1-\mu_L)+2\mu_H(1-\delta)}\varepsilon_L, \; a_1 = v_0 + \frac{2(1-\delta)(1-\mu_L-\mu_H)}{n+2\delta\mu_L+2(1-\delta)(1-\mu_H)}\varepsilon_H . \tag{38}$$

*Dokaz.* Kao i ranije prodajnu cenu $b_1$ određujemo iz uslova da organizator tržišta ostvaruje nulti očekivani profit. Kada je $S = L$ organizator tržišta ostvaruje profit $(v_0 - \varepsilon_L - b_1)$ po svakoj akciji. Očekivani broj prodajnih naloga u prvoj rundi trgovanja je $[(n/2)+(1-\mu_L)]$. Kada je $S = H$ organizator tržišta ostvaruje profit od $(v_0 + \varepsilon_H - b_1)$ po akciji, dok je očekivani broj prodajnih naloga $[(n/2)+\mu_H]$. Uslov za nulti očekivani profit za organizatora tržišta na prodajnoj strani tržišta je:

$$E(\Pi_{\mathrm{B1}}) = \delta(v_0 - \varepsilon_L - b_1)\left(\frac{n}{2}+1-\mu_L\right) + (1-\delta)(v_0+\varepsilon_H-b_1)\left(\frac{n}{2}+\mu_H\right) = 0 \tag{39}$$

Preuređivanjem ovog izraza dobijamo prodajnu cenu kao u (38). Slično, na kupovnoj strani tržišta dobijamo:

$$E(\Pi_{\mathrm{A1}}) = \delta(a_1 - v_0 + \varepsilon_L)\left(\frac{n}{2}+\mu_L\right) + (1-\delta)(a_1 - v_0 - \varepsilon_H)\left(\frac{n}{2}+1-\mu_H\right) = 0 . \tag{40}$$

Na osnovu ovog izraza dobijamo kupovnu cenu kao u (38). ▪

Možemo da uočimo da marža $a_1 - b_1$ opada sa povećanjem $n$ . Ovaj rezultat je vrlo intuitivan, jer povećanjem broja neinformisanih investitora rizik insajderskog trgovanja se smanjuje u značajnoj meri.

Nakon prve runde trgovine insajder objavljuje informaciju o svojoj trgovini. Ovu objavljenu informaciju obeležavamo sa $D$ (*disclosure*). Na osnovu ovoga organizator tržišta menja svoja očekivanja o realizovanom stanju prirode:

$$\Pr(S=L \mid D=B) = \frac{\Pr(S=L)\Pr(D=B \mid S=L)}{\Pr(S=L)\Pr(D=B \mid S=L)+\Pr(S=H)\Pr(D=B \mid S=H)} = \frac{\delta\mu_L}{\delta\mu_L+(1-\delta)(1-\mu_H)}, \quad (41)$$

gde poslednji izraz proizilazi iz činjenice da je $\Pr(S=L)=\delta$, $\Pr(S=H)=1-\delta$, $\Pr(D=B \mid S=L)=\mu_L$ i $\Pr(D=B \mid S=H)=1-\mu_H$. Ako je insajder prodao akciju u prethodnom periodu uslovna verovatnoća je:

$$\Pr(S=L \mid D=Se) = \frac{\delta(1-\mu_L)}{\delta(1-\mu_L)+(1-\delta)\mu_H}. \quad (42)$$

Očekivanja organizator tržišta o realizaciji dobrog stanja prirode su $\Pr(S=H \mid D)=1-\Pr(S=L \mid D)$. Koristeći strategiju manipulacije insajder onemogućava da organizator tržišta sazna njegove informacije, jer bismo u suprotnom imali $\mu_L=\mu_H=0$ odnosno $\Pr(S=L \mid D=Se)=\Pr(S=H \mid D=B)=1$. Sledeća lema opisuje ravnotežne cene za drugu rundu trgovanja. U drugoj rundi imamo dve grupe cena u zavisnosti od toga da li je insajder objavio kupovinu ili prodaju.

*Lema 3.* Prodajne i kupovne cene u drugoj rundi trgovanja su:

$$b_2(B) = v_0 - \frac{\delta[2\mu_L - n(1-\mu_L-\mu_H)]}{(N+2)\delta\mu_L + n(1-\delta)(1-\mu_H)}\varepsilon_L,$$
$$a_2(B) = v_0 + \frac{(1-\delta)\cdot[2(1-\mu_H)+n(1-\mu_L-\mu_H)]}{n\delta\mu_L+(n+2)(1-\delta)(1-\mu_H)}\varepsilon_H, \quad (43a)$$

$$b_2(Se) = v_0 - \frac{\delta[2(1-\mu_L)+n(1-\mu_L-\mu_H)]}{(n+2)(1-\mu_L)\delta + n\mu_H(1-\delta)}\varepsilon_L,$$
$$b_2(Se) = v_0 + \frac{(1-\delta)\cdot[2\mu_H - n(1-\mu_L-\mu_H)]}{n\delta(1-\mu_L)+(n+2)(1-\delta)\mu_H}\varepsilon_H. \quad (43b)$$

*Dokaz.* Prodajnu cenu dobijamo izjednačavanjem očekivanog profita sa nulom. U drugoj rundi neinformisani investitori prodaju $n/2$ akcija, dok insajder prodaje samo kada je $S=L$. Očekivani profit za organizatora tržišta je:

$$\Pr(S=L\mid D)[v_0-\varepsilon_L-b_2(D)]\left(\frac{n}{2}+1\right)+\Pr(S=H\mid D)[v_0+\varepsilon_H-b_2(D)]\left(\frac{n}{2}\right)=0\,. \qquad (44)$$

Zamenjujući uslovne verovatnoće $\Pr(S=L\mid D=B)$ i $\Pr(S=H\mid D=B)$ koje smo ranije odredili dobijamo prodajnu cenu $b_2(B)$, ako je insajder objavio kupovinu. Na sličan način dobijamo prodajnu cenu za drugu rundu trgovine ako je insajder objavio prodaju, $b_2(Se)$, zamenom $\Pr(S=L\mid D=Se)$ i $\Pr(S=H\mid D=Se)$.

Kupovnu cenu ponovo dobijamo iz uslova da organizator tržišta ostvaruje nulti očekivani profit:

$$\Pr(S=L\mid D)[a_2(D)-v_0+\varepsilon_L]\left(\frac{n}{2}\right)+\Pr(S=H\mid D)[a_2(D)-v_0-\varepsilon_H]\left(\frac{n}{2}+1\right)=0\,. \qquad (45)$$

Kao i u prethodnom slučaju kupovne cene $a_2(B)$ i $a_2(Se)$ određujemo zamenjujući izraze za uslovna očekivanja za $D=B$ i $D=Se$. ■

Preostaje nam da pokažemo da su pretpostavljene strategije za insajdera, zaista, ravnotežne. Ravnotežnu verovatnoću manipulisanja $\mu_L{}^*$ kada je $S=L$ dobijamo iz uslova da je insajderov profit po osnovu kupovine u prvom periodu i prodaje u drugom jednak profitu ako insajder prodaje u oba perioda:

$$(v_0-\varepsilon_L-a_1)+(b_2(B)-v_0+\varepsilon_L)=(b_1-v_0+\varepsilon_L)+(b_2(Se)-v_0+\varepsilon_L)\,. \qquad (46)$$

Leva strana izraza (46) predstavlja profit od manipulisanja (kupovina u prvom periodu i prodaja u drugom), dok desna strana izraza (46) predstavlja profit ako nema manipulisanja.

Na sličan način dobijamo ravnotežnu verovatnoću manipulisanja kada je $S=H$. U ovom slučaju izjednačavamo profit po osnovu prodaje u prvom periodu i kupovine u drugom sa profitom ako se prodaje u oba perioda:

$$(b_1-v_0-\varepsilon_H)+(v_0+\varepsilon_H-a_2(Se))=(v_0+\varepsilon_H-a_1)+(v_0+\varepsilon_H-a_2(B)) \qquad (47)$$

Može se pokazati da za $\delta=1/2$ ne postoji manipulisanje, tj. $\mu_L{}^*=\mu_H{}^*=0$. Takođe, moguće je pokazati da za $\delta<1/2$ važi $b_2(B)-a_1<b_1+b_2(Se)-2v_0+2\varepsilon_L$. Poslednja nejednakost predstavlja izraz (46) odakle proizilazi da je profit u slučaju manipulisanja manji od profita ako nema manipulisanja, pa je $\mu_L{}^*=0$. Slično, kada je $\delta>1/2$ imamo da je $b_1-a_2(Se)<2v_0+2\varepsilon_H-a_1-a_2(B)$, što predstavlja izraz (47). Dakle, profit od manipulisanja je manji od profita ukoliko nema manipulisanja, pa je $\mu_H{}^*=0$.

Rezultat do koga smo došli sugeriše da *ako insajder dobije signal čija je verovatnoća realizacije niska on neće manipulisati*, jer kada dobije ovakav signal insajder ima veliku informacionu prednost u odnosu na ostale aktere i nije potrebno da koristi strategiju manipulisanja.

Potrebno je još da pokažemo da insajder nema podsticaj da odstupi od pretpostavljenih strategija. Pretpostavljena strategija za drugu rundu trgovanja je ravnotežna, jer insajder ne mora više da sakriva svoje informacije. Ukoliko bi koristio bilo koju drugu strategiju insajder bi ostvario gubitak. Pretpostavimo da insajder odstupa od pretpostavljene strategije u prvoj rundi trgovine i da uopšte ne trguje. Dakle, za $D=0$ prodajne i kupovne cene određujemo pomoću leme 2 uzimajući da je $\mu_L=\mu_H=0$:

$$b_2(0)=v_0-\frac{2\delta}{n+2\delta}\varepsilon_L\,;\;a_2(0)=v_0+\frac{2\cdot(1-\delta)}{n+2\cdot(1-\delta)}\varepsilon_L\,. \tag{48}$$

Kada je $S=L$ insajderov profit za pretpostavljenu strategiju je:

$$b_2(B)-a_1=(b_1-v_0+\varepsilon_L)+(b_2(Se)-v_0+\varepsilon_L)\,. \tag{49}$$

Ako insajder odstupi od ove strategije i ne trguje u prvoj rundi, a zatim prodaje u drugoj rundi njegov profit je: $b_2(0)-v_0+\varepsilon_L$. Pokazaćemo da je $b_1>b_2(0)$ i da insajder nema podsticaj da odstupi od pretpostavljene strategije. Da bismo ovo pokazali potrebno je samo da pokažemo da je za $\mu_H=0$:

$$\frac{2\cdot\delta}{n+2\cdot\delta}-\frac{\delta(1-\mu_L)}{n+2\delta(1-\mu_L)}=\frac{\delta[2\delta(1-\mu_L)+n(1+\mu_L)]}{[n+2\delta][n+2\delta(1-\mu_L)]}>0 \tag{50}$$

Slično, kada je $S=H$ insajderov profit ukoliko sledi pretpostavljenu strategiju je $(v_0+\varepsilon_H-a_1)+(v_0+\varepsilon_H-a_2(B))$. Ako insajder odstupi od ove strategije i ne trguje u prvoj rundi, a zatim kupuje u drugoj njegov profit je $v_0+\varepsilon_H-a_2(0)$. Kako je $a_2(0)>a_1$ odstupanje od pretpostavljene strategije nije optimalno.

Na kraju, razmotrimo tri moguće modifikacije modela. Prvo, pretpostavimo da je *insajder informisan sa određenom verovatnoćom* $\alpha\in(0,1)$. U ovom slučaju, ako $\alpha$ ima malu vrednost tada objavljivanje informacije o insajderovoj trgovini ne utiče značajno na promenu cena, jer organizator tržišta pretpostavlja da ovi nalozi, najverovatnije, potiču od insajdera koji nije dobio signal. Ova činjenica smanjuje profitabilnost manipulisanja, pa će se u ovom slučaju manipulisanje ređe javljati.

Sledeću modifikaciju predstavlja uvođenje pretpostavke da insajderove informacije mogu postati *javne već posle prve runde* trgovanja sa određenom verovatnoćom. Sa ovom pretpostavkom ravnoteža u kojoj insajder manipuliše postoji samo ako je verovatnoća ranog objavljivanja informacija dovoljno mala.

Do sada smo pretpostavljali da postoje samo jedinični nalozi. Međutim, ako pretpostavimo da postoje *veliki i mali nalozi* ponovo se smanjuje verovatnoća manipulisanja. Naime, insajder koji ne manipuliše i koji ima signal $S = H$ će podneti veliki kupovni nalog. Sa druge strane, insajder koji ima signal $S = L$ i koji manipuliše neće podneti veliki kupovni nalog, jer bi pretrpeo značajan gubitak. Organizator tržišta će shvatiti da svi mali prodajni nalozi potiču od manipulatora. Dakle, prisustvo velikih i malih naloga smanjuje verovatnoću manipulisanja.

## 6. ZAKLJUČAK

Analiza finansijskih tržišta na kojima investitori imaju asimetrične informacije predstavlja trenutno najpropulzivniju oblast finansijske ekonomije. U ovom radu smo se opredelili za prikaz relativno najjednostavnijih modela snimanja tržišta. Ovi modeli su pogodni za empirijska istraživanja i upravo je najveći broj empirijskih istraživanja zasnovan na ovim modelima. Sa razvojem našeg finansijskih tržišta neke od ovih tehnika, koje se pre svega zasnivaju na vremenskim serijama, bi se mogle primeniti za analizu kretanja na finansijskom tržištu. U svakom slučaju, do sada nije objavljen nijedan pregledni članak iz ove oblasti u domaćim časopisima, pa u tom smislu ovaj članak u znatnoj meri popunjava postojeću prazninu. Konačno, ovaj rad pokazuje kako se mikroekonomske metodologija može koristiti za rešavanje praktičnih problema, suprotno stereotipima koji postoje u našoj stručnoj javnosti.

## LITERATURA

**Akerlof, George,** (1970): "The Market for Lemmons: Quality Uncertainty and the Market Mechanism", *Quarterly Journal of Economics*, 84, 488-500.

**Allen, Franklin and Douglas Gale**, (1992): "Stock-Price Manipulation", *Review of Financial Studies,* 5 (3), 503-529.

**Bagehot, Walter**, (1971): "The Only Game in Town", *Financial Analyst Journal*, 22, 12-14.

**Bhattacharya, Uptal and Matthew Spiegel**, (1991): "Insiders, Outsiders, and Market Breakdowns", *Review of Financial Studies,* 4 (2), 255-282.

**Black, Fischer**, (1986): "Noise", *The Journal of Finance*, 41(3), 529-543.

**Brunnermeier, Markus**, (2001): *Asset Pricing under Asymmetric Information: Bubbles, Crashes, Technical Analysis, and Herding*, Oxford, Oxford University Press.

**Brunnermeier, Markus**, (2003): *Lecture notes in Financial Economics I*, Phd course, Princeton University.

**Copeland, Thomas and Dan Galai**, (1983): "Information Effects on the Bid-Ask Spread", *The Journal of Finance*, 38 (5), 1457-1469.

**Dennert, Jürgen**, (1993): "Price Competition between Market Makers", *Review of Economic Studies*, 60, 735-751.

**Easley, David and Maureen O'Hara**, (1987): "Price, Trade Size and Information in Securities Markets", *Journal of Financial Economics,* 19, 69-90.

**Easley, David and Maureen O'Hara**, (1991): "Order Form and Information in Securities Markets", *The Journal of Finance*, 46 (3), 905-927.

**Easley, David and Maureen O'Hara**, (1992*a*): "Adverse Selection and Large Trading Volume: The Implications for Market Efficiency", *Journal of Financial and Quantitative Analysis,* 27 (2), 185-208.

**Easley, David and Maureen O'Hara**, (1992*b*): "Time and Process of Security Price Adjustment", *The Journal of Finance*, 47 (2), 577-605.

**Easley, David, Nicholas Kiefer, Maureen O'Hara and Joseph Paperman** (1996): "Liquidity, Information and Infrequently Traded Stocks", *The Journal of Finance,* 51 (4), 1405-1436.

**Fishman, Michael and Kathleen Hagerty**, (1995): "The Mandatory Disclosure of Trades and Market Liquidity", *Review of Financial Studies,* 8 (3), 637-676.

**Garcia, Diego**, (2004): *Asymmetric Information in Financial Markets*, lecture notes, IMQF, Belgrade.

**Gennotte, Gerard and Hayne Leland,** (1990): "Market Liqidity, Hedging, and Crashes", *American Economic Review,* 80 (5), 999-1021.

**Glosten, Lawrence and Paul Milgrom**, (1985): "Bid, Ask and Transaction Prices in a Specialist Market with Heterogeneously Informed Agents", *Journal of Financial Economics*, 14, 71-100.

**Glosten, Lawrence**, (1989): "Insider Trading, Liqidity, and the Role of the Monopolist Specialist", *The Journal of Business*, 62, (2), 211-235.

**Grossman, Sanford**, (1976): "On the Efficiency of Competitive Stock Markets when Traders Have Diverse Information", *The Journal of Finance,* 31 (2), 573-585.

**Grossman, Sanford and Joseph Stiglitz**, (1980): "On the Impossibility of Informationally Efficient Markets", *American Economic Review,* 70, 393-408.

**Jacklin, Charles, Allan Kleidon and Paul Pfleiderer**, (1992): "Underestimation of Portfolio Insurance and the Crash of October 1987" , *Review of Financial Studies,* 5 (1), 35-63.

**Kose, John and Ranga Narayanan**, (1997): "Market Manipulation and the Role of Insider Trading Regulations", *The Journal of Business*, 70 (2), 217-247.

**Kyle, Albert**, (1985): "Continiuous Auctions and Insider Trading", *Econometrica*, 53 (6), 1315-1335.

**Kyle, Albert**, (1989): "Informed Speculation with Imperfect Competition", *Review of Economic Studies*, 56, 317-356.

**Leach, Chris and Ananth Madhavan**, (1993): "Price Experimentation and Security Market Structure", *Review of Financial Studies,* 6 (2), 375-404.

**O'Hara, Maureen and George Oldfield**, (1986): "The Microeconomics of Market Making", *Journal of Financial and Quantitative Analysis,* 21 (4), 361-376.

**O'Hara, Maureen**, (1998): *Market Microstructure Theory*, Blackwell Publishers, Cambridge, MA.

**Romer, David**, (1993): ''Rational Asset-Price Movements Without News'', *American Economic Review,* 83 (5), 1112-1130.

**Tirole, Jean**, (1982): ''On the Possibility of Speculation under Rational Expectations'', *Econometrica*, 50 (5), 1163-1182.