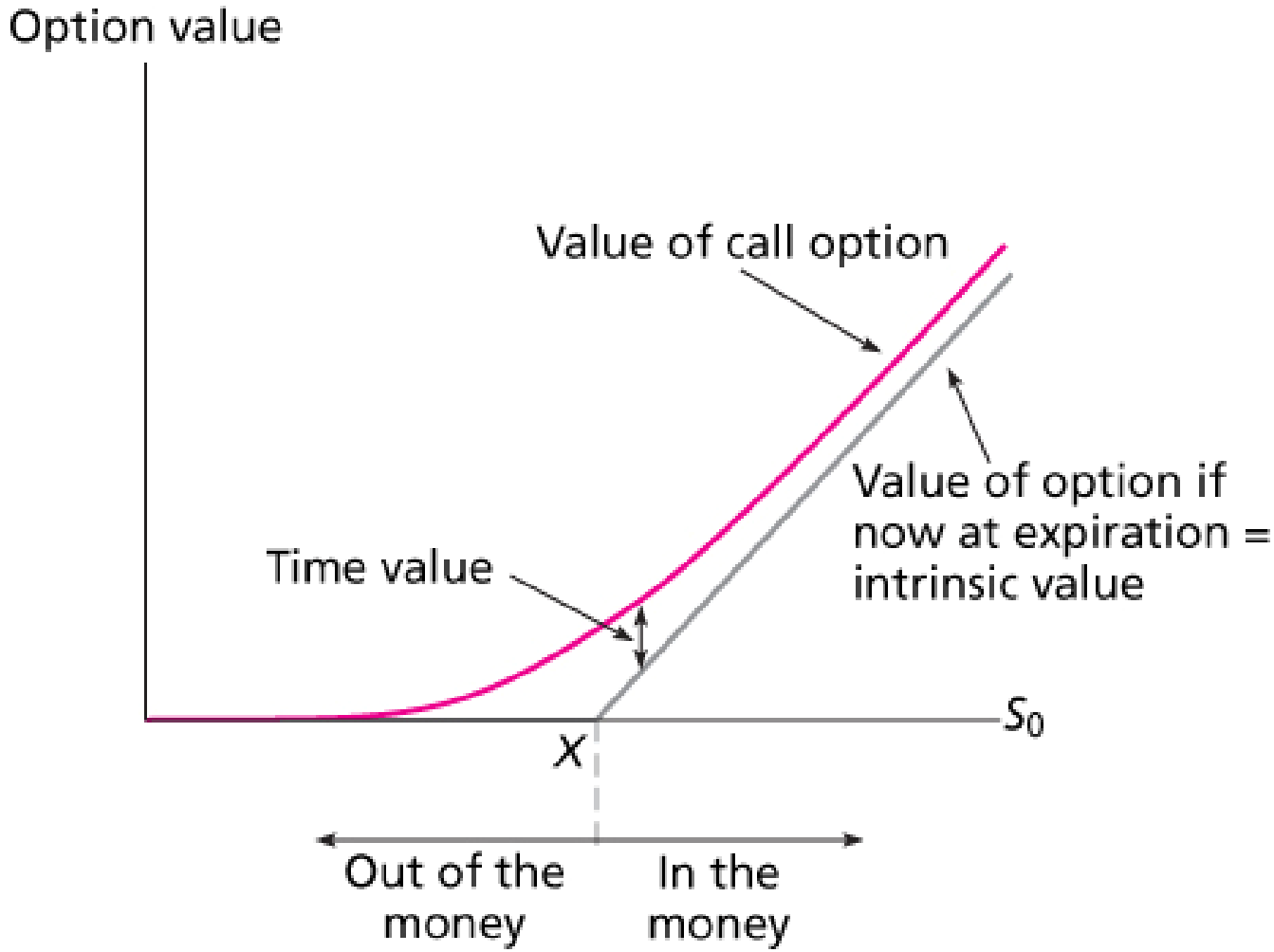
Vrednovanje opcija

Vrednost opcije

- Intrisična vrednost – profit koji je moguće ostvariti ako se opcija odmah iskoristi
  - Call: cena akcije – strajk cena
  - Put: strajk cena – cena akcije
- Vremenska vrednost – razlika između cene opcije i intrisične vrednosti

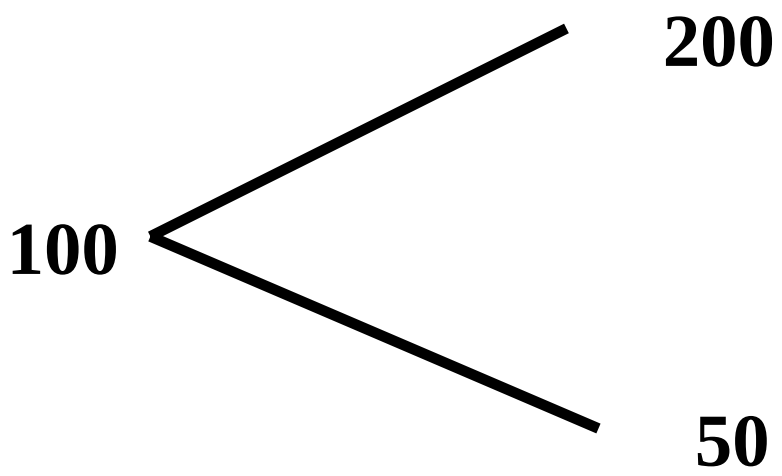
Grafik 15.1. Vrednost Call opcije pre dospeća

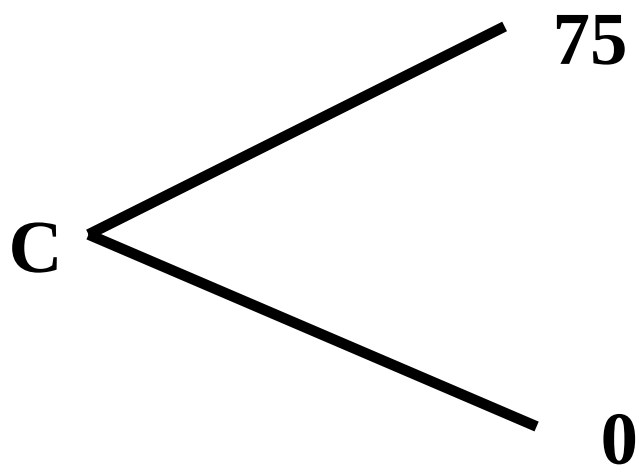


Faktori koji utiču na vrednost opcije: Call

Faktor	Efekat na vrednost
Cena akcije	povećanje
Strajk cena	smanjenje
Volatilnost cene akcije	povećanje
Rok do dospeća	povećanje
Kamatna stopa	povećanje
Stopa dividendi	smanjenje

Binomni model: primer





Cena akcije

Vrednost call opcije
X = 125

Binomni model: primer

Alternativni portfolio

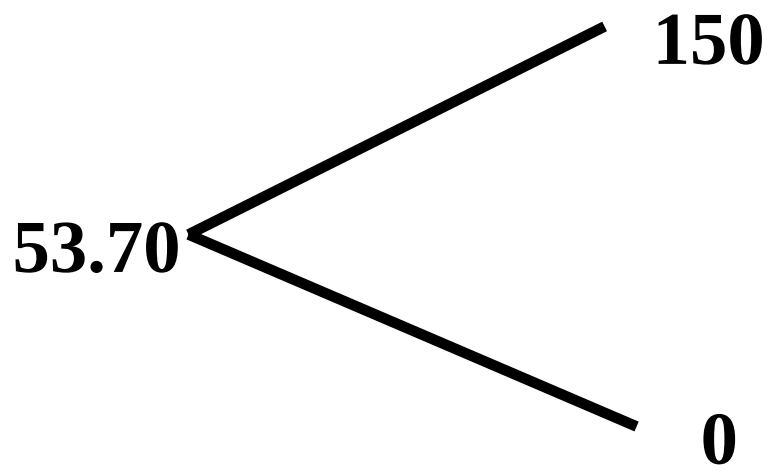
Kupiti 1 akciju po 100$

Pozajmiti $46.30 (8% kamata)

Neto odliv $53.70

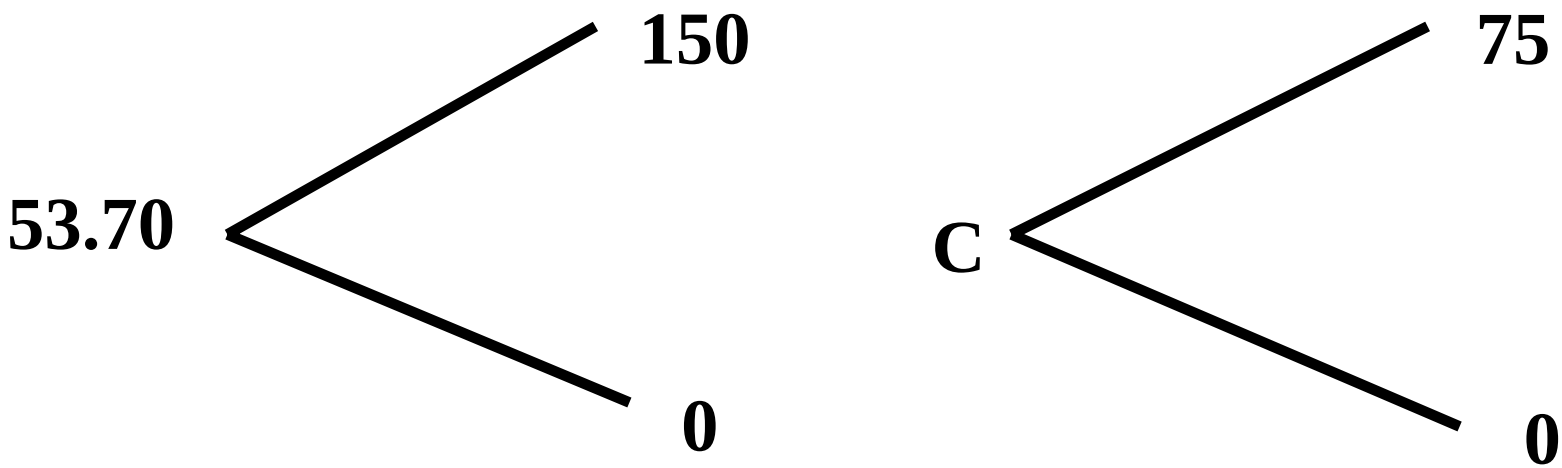
Isplata

Vrednost akcije	**50**	**200**
Vratiti zajam	**- 50**	**-50**
Neto isplata	**0**	**150**



Struktura isplate je jednaka dvostukoj vrednosti call opcije

Binomni model: primer



2C = $53.70

C = $26.85

Drugi način replikacije isplate po osnovu opcija kroz alternativnu strategiju

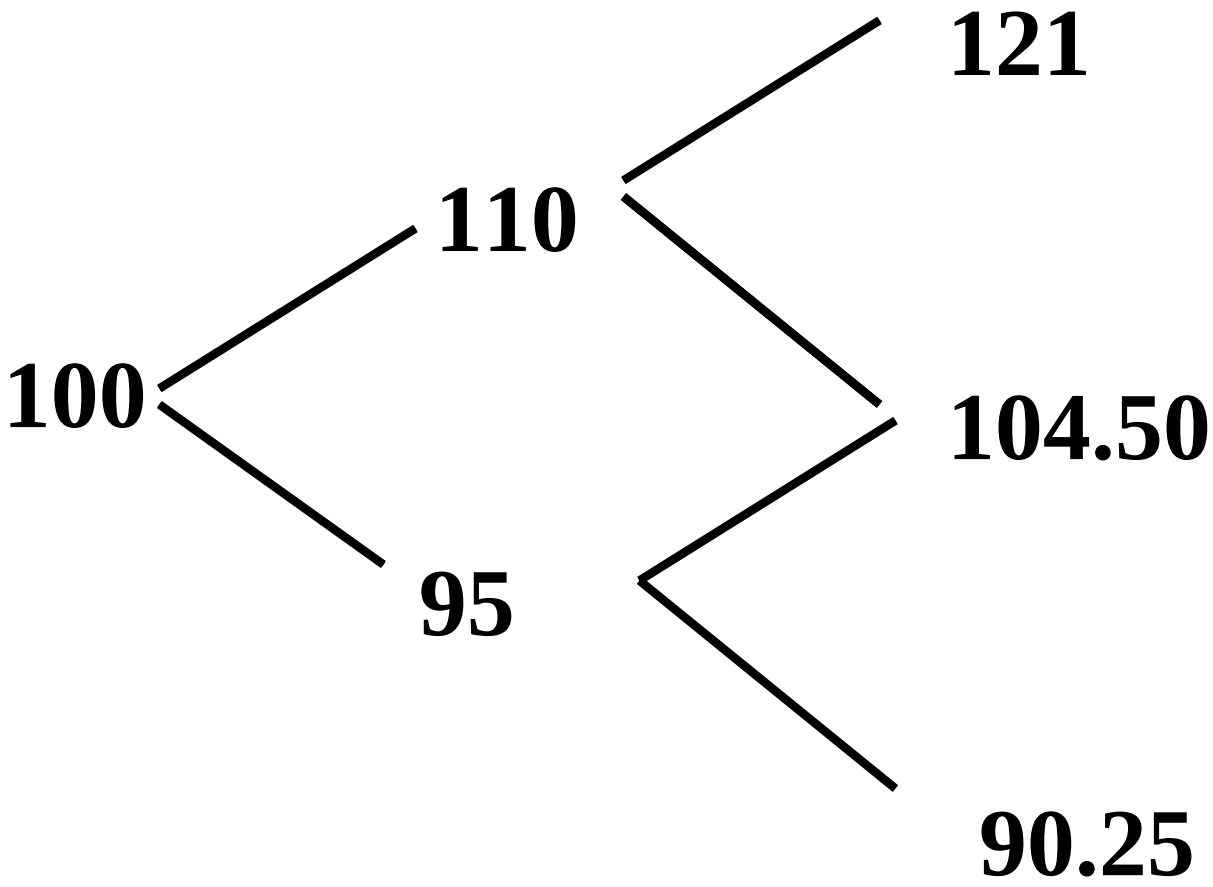
Alternativni portfolio – duga pozicija u jednoj akciji i dve ispisane call opcije (X = 125)

Portfolio je perfektno hedžovan

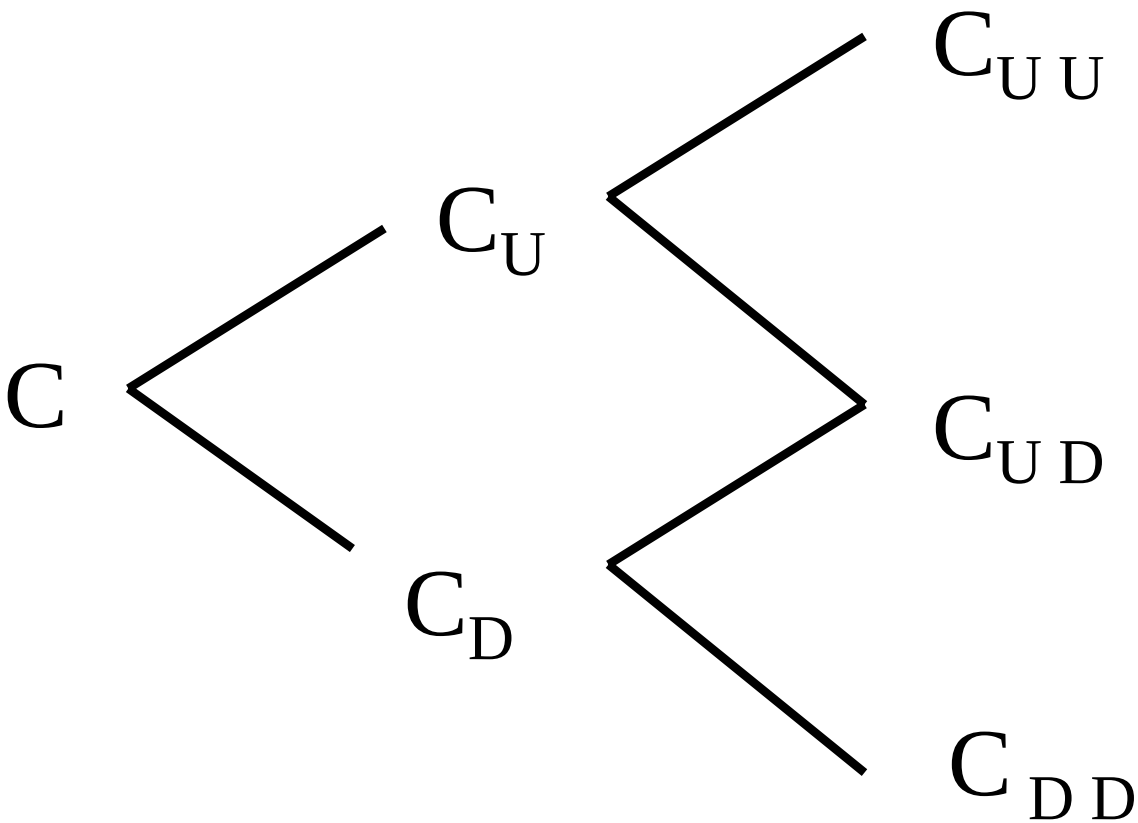
Cena akcije	50	200
Obaveza po osnovu opcija	0	-150
Neto isplata	50	50

Sledi: 100 - 2C = 46.30 tj. C = 26.85

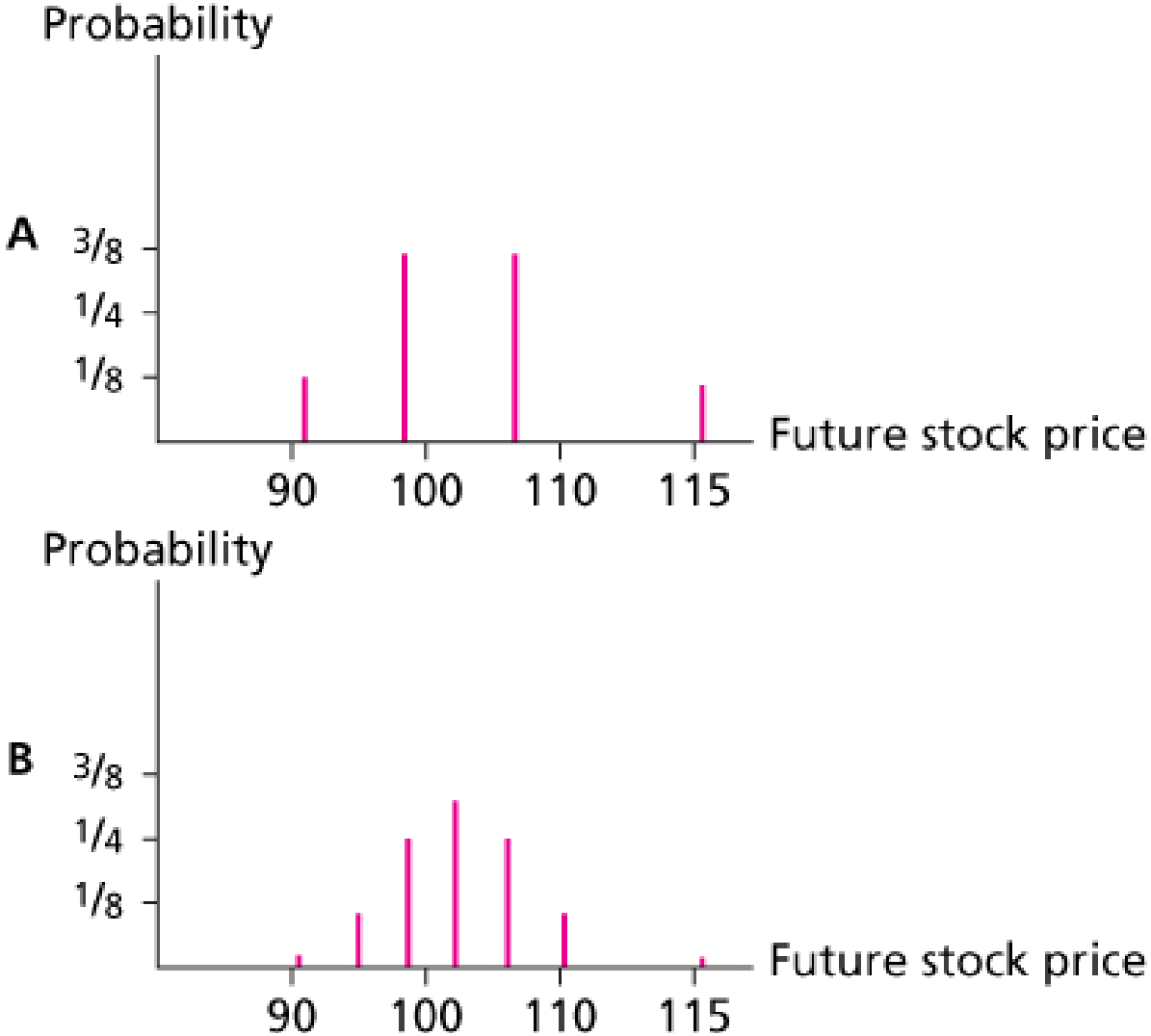
U slučaju dva perioda



Generalizacija



Grafik 15.2. Raspodela verovatnoće



Black-Scholes model vrednovanja opcija

$C_o = S_o e^{-\delta T} N(d_1) - X e^{-rT} N(d_2)$

$d_1 = [\ln(S_o/X) + (r - \delta + \sigma^2/2)T] / (\sigma T^{1/2})$

$d_2 = d_1 - (\sigma T^{1/2})$

Gde je:

C_o = tekuća cena call opcije

S_o = tekuća cena akcije

N(d) = verovatnoća da će slučajna promenljiva koju karakteriše normalna raspodela imati vrednost manju od d.

Black-Scholes model vrednovanja opcija

X = strajk cena.

δ = godišnji dividendni prinos akcije u osnovi opcije

e = 2.71828, baza prirodnog logaritma

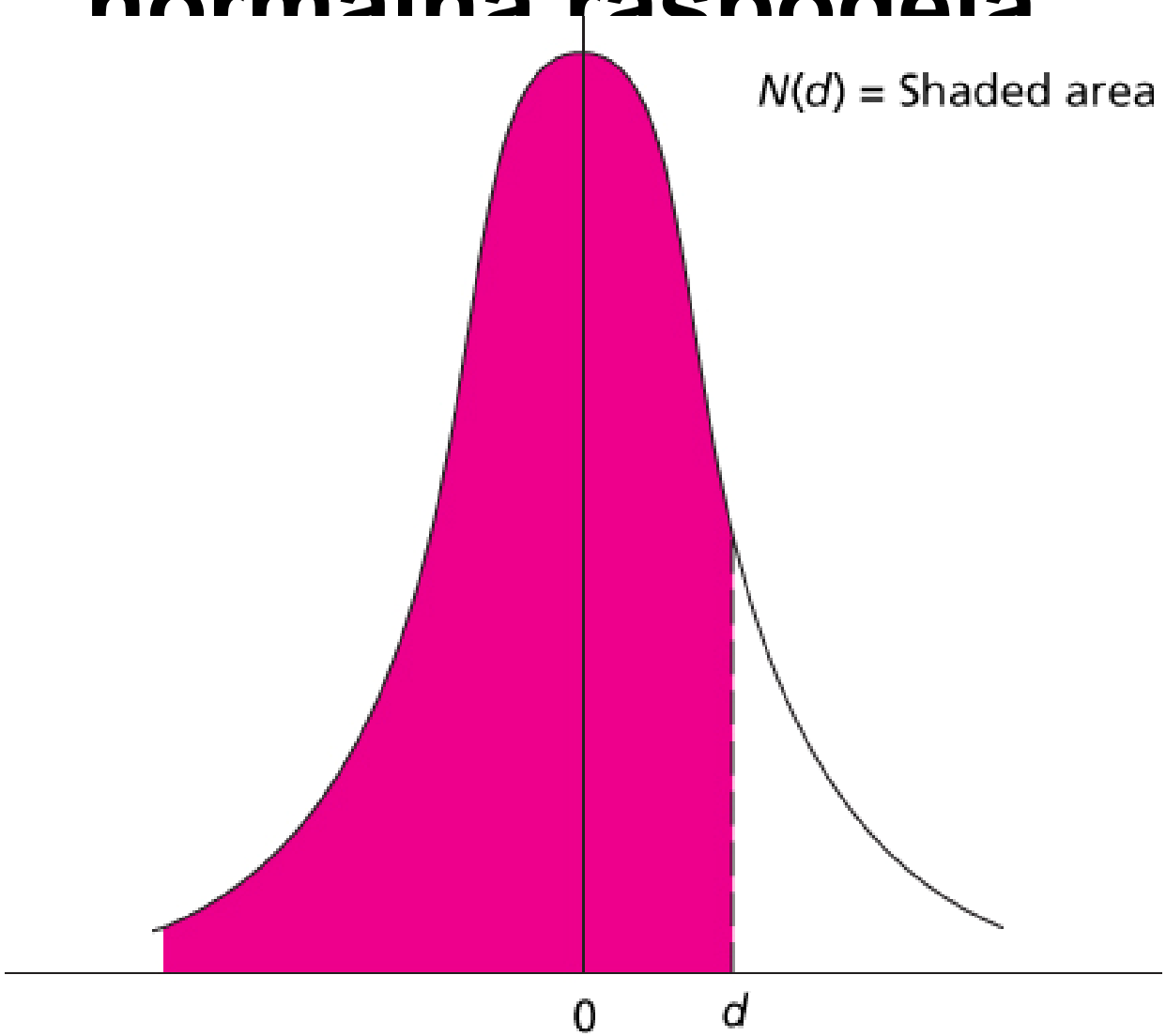
r = nerizična kamatna stopa

T = rok do dospeća opcije u godinama

ln = funkcija prirodnog log

σ = Standardna devijacija godišnje stope prinosa na akciju (kontinuelni slučaj obračuna)

Grafik 15.3. Standardizovana normalna raspodela



Call opcija - primer

$S_o = 100$ $\quad$ $X = 95$

$r = .10$ $\quad$ $T = .25$ (kvartal)

$\sigma = .50$ $\quad$ $\delta = 0$

$d_1 = [\ln(100/95)+(.10-0+(.5\ ^2/2))]/(.5\ .25^{1/2})$

$= .43$

$d_2 = .43 - ((.5)(\ .25)^{1/2}$

$= .18$

Verovatnoće iz normalne distribucije

N (.43) = .6664

Tabela 17.2

d	N(d)	
.42	.6628	
.43	.6664	Interpolacija
.44	.6700	

Verovatnoće iz normalne distribucije

N (.18) = .5714

Tabela 17.2

d	N(d)
.16	.5636
.18	.5714
.20	.5793

Vrednost Call opcije

$C_o = S_o e^{-\delta T} N(d_1) - X e^{-rT} N(d_2)$

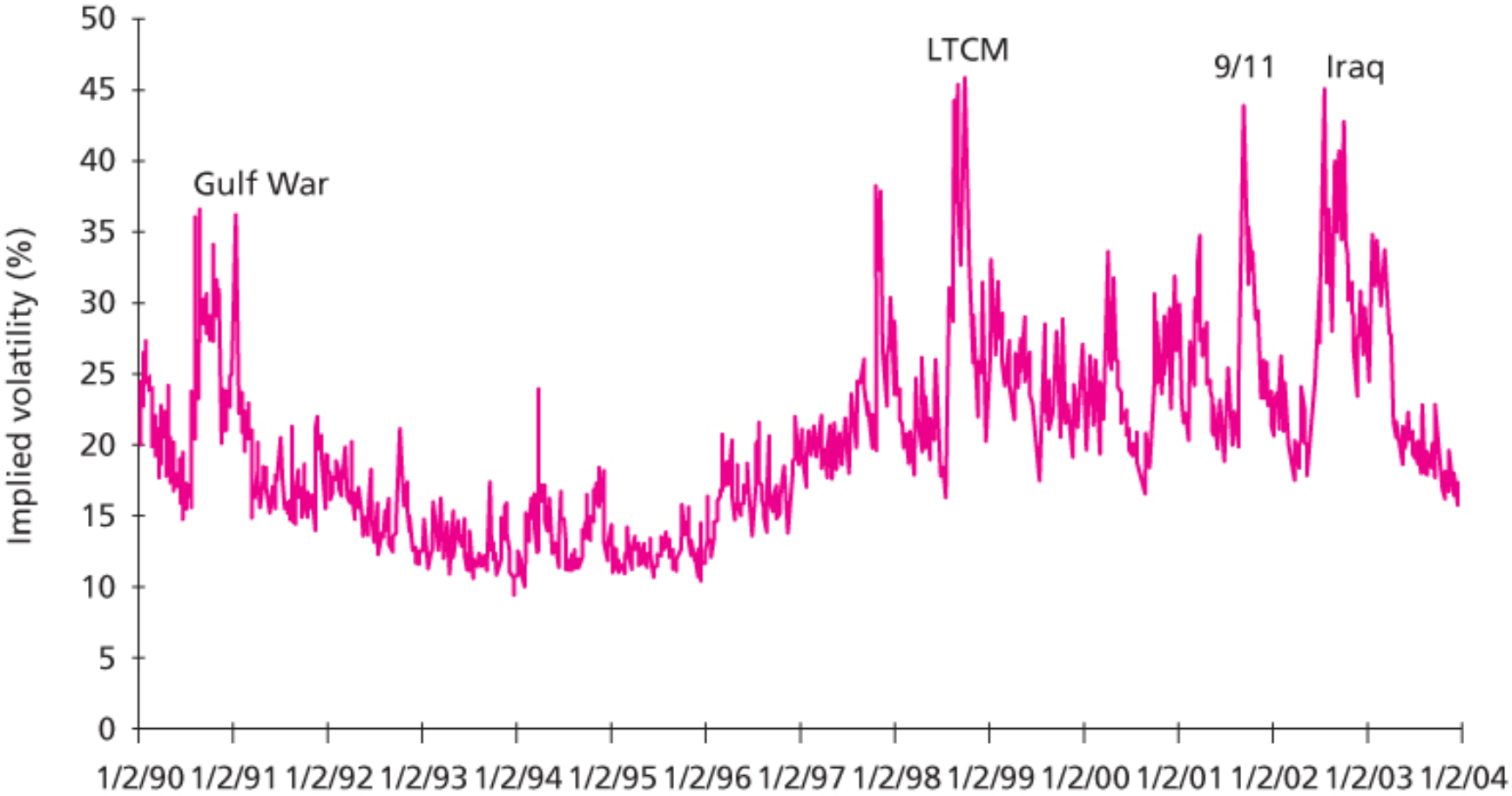
$C_o = 100 \text{ X } .6664 - 95\ e^{-.10 \text{ X } .25} \text{ X } .5714$

$C_o = 13.70$

<u>Implicitna volatilnost</u>

Upotrebom Black-Scholes formule i tekuće tržišne cene opcije, izračunati volatilnost.

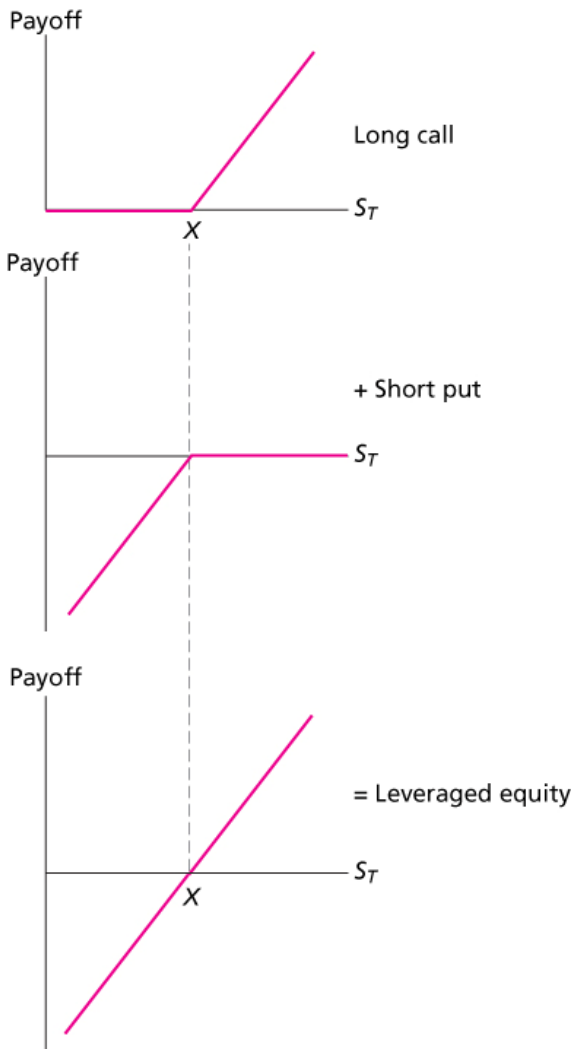
Grafik 15.4. Implicitna volatilnost S&P 500 (VIX Index)



Put-Call paritet

	$S_T \leq X$	$S_T > X$
Isplata za dugi Call	**0**	**$S_T - X$**
Isplata za kratki put	**$-(X - S_T)$**	**0**
Ukupna isplata	**$S_T - X$**	**$S_T - X$**

Grafik 15.5. Pozicija dugi Call – kratki Put



Arbitraža & Put-Call paritet

S obzirom na to da je isplata strategije dugi call-kratki put jednaka isplati duge pozicije u akciji uz zaduživanje, moguće je staviti znak jednakosti između isplata ove dve strategije.

$$C - P = S_0 - X / (1 + r_f)^T$$

Ako se jednakost naruši, otvara se prostor za arbitražu.

Primer

Cena akcije = 110 Cena Call opcije = 17

Cena Put opcije = 5 Nerizična stopa= 5%

Ročnost = .5 yr Strajk cena (X) = 105

$$C - P > S_0 - X / (1 + r_f)^T$$

$$14 - 5 > 110 - (105\ e^{(-.05 \times .5)})$$

$$9 > 7.59$$

S obzirom na to da je nabavka akcije uz zaduživanje trenutno jeftinija strategija, kupićemo jeftino, a prodati skupo.

Primer 15.3. Strategija arbitraže

EXAMPLE 15.3 *Put-Call Parity*

Suppose you observe the following data for a certain stock.

Stock price	\$110
Call price (six-month maturity, $X = \$105$)	14
Put price (six-month maturity, $X = \$105$)	5
Risk-free interest rate	5% continuously compounded rate

We use these data in the put-call parity relationship to see if parity is violated.

(Continued)

15.3 EXAMPLE *Put-Call Parity (Concluded)*

$$C - P \overset{?}{=} S_0 - Xe^{-rT}$$
$$14 - 5 \overset{?}{=} 110 - 105e^{-.05 \times 5}$$
$$9 \overset{?}{=} 7.59$$

This result, a violation of parity (9 does not equal 7.59) indicates mispricing and leads to an arbitrage opportunity. You can buy the relatively cheap portfolio (the stock plus borrowing position represented on the right-hand side of the equation) and sell the relatively expensive portfolio (the long call–short put position corresponding to the left-hand side, that is, write a call and buy a put).

Let's examine the payoff to this strategy. In six months, the stock will be worth S_T. You borrowed the present value of the exercise price, \$105, and must pay back the loan with interest, resulting in a cash outflow of \$105. The written call will result in a cash outflow of $S_T - \$105$ if S_T exceeds \$105. The purchased put pays off $\$105 - S_T$ if the stock price is below \$105.

Table 15.3 summarizes the outcome. The immediate cash inflow is \$1.41. In six months, the various positions provide exactly offsetting cash flows: The \$1.41 inflow is realized risklessly without any offsetting outflows. This is an arbitrage opportunity that investors will pursue on a large scale until buying and selling pressure restores the parity condition expressed in Equation 15.2.

Vrednost Put opcije: Black-Scholes

$P = Xe^{-rT}[1-N(d_2)] - S_0e^{-\delta T}[1-N(d_1)]$

Primer:

$P = \$95e^{(-.10X.25)}(1-.5714) - \$100\ (1-.6664)$

$P = \$6.35$

Vrednovanje Put opcije preko Put-Call pariteta

$$P = C + PV(X) - S_o$$

$$= C + Xe^{-rT} - S_o$$

<u>Primer:</u>

$C = 13.70$ $X = 95$ $S = 100$

$r = .10$ $T = .25$

$$P = 13.70 + 95\, e^{-.10 \times .25} - 100$$

$$P = 6.35$$

Upotreba Black-Scholes formule

<u>Hedžing: hedž racio ili delta</u>

Broja akcija potrebnih da bi se zaštitili od cenovnog rizika držanja jedne opcije

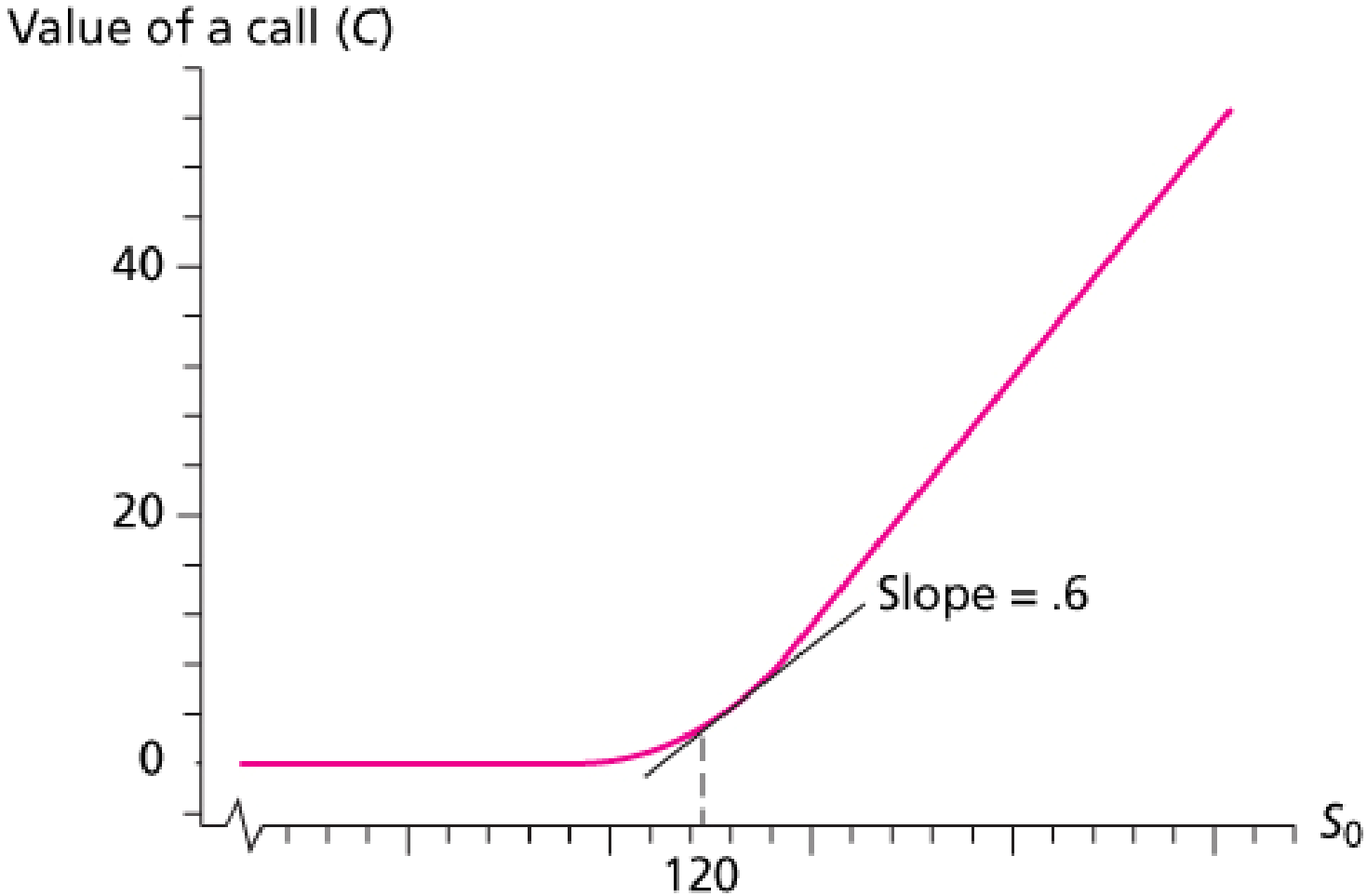
$$\text{Call} = N(d_1)$$

$$\text{Put} = N(d_1) - 1$$

<u>Elastičnost opcije</u>

Procentualna promena vrednosti opcije za promenu vrednosti akcije u osnovi od 1%

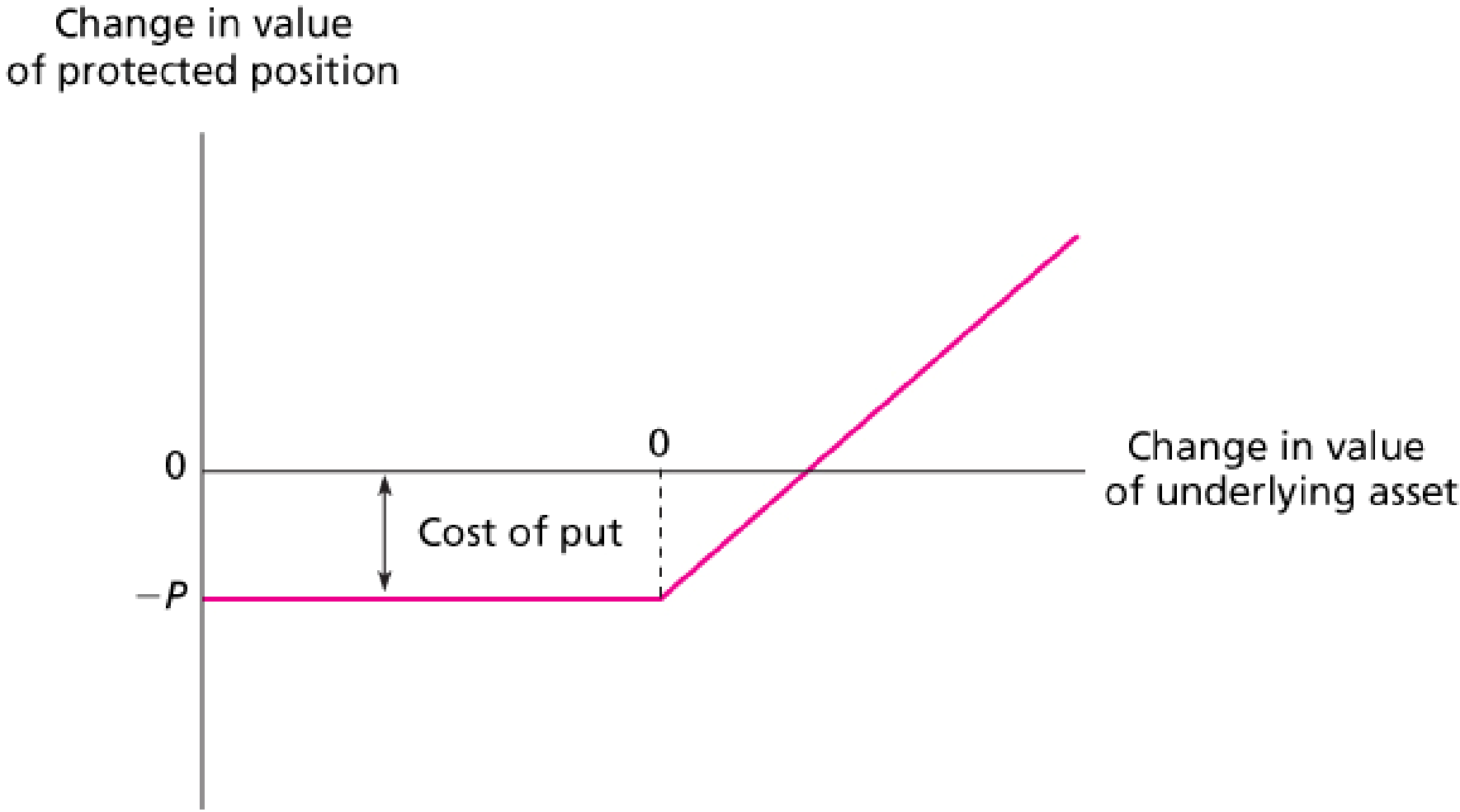
Grafik 15.6. Vrednost call opcije i hedž racio



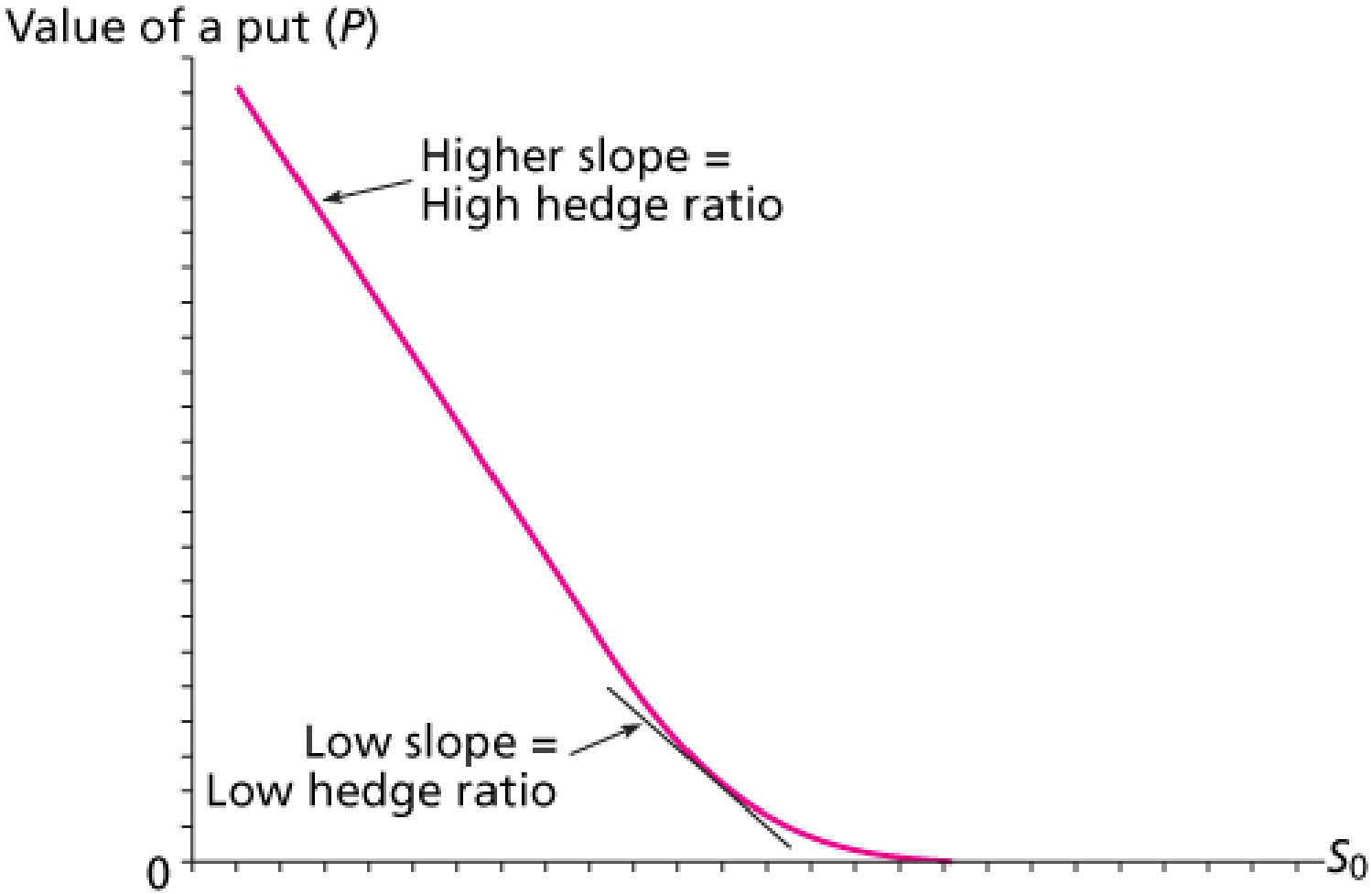
Osiguranje portfolija – Zaštita od pada vrednosti akcije

- Kupovina put opcija – rezultuje zaštitom od pada cene bez ograničavanja dobitka u slučaju rasta cene
- Ograničenja:
  - Greške u praćenju ako se indeksi koriste kod put opcija
  - Ročnost put opcija može biti prekratka
  - Hedž racija ili delte se menjaju kako se vrednosti akcija menjaju

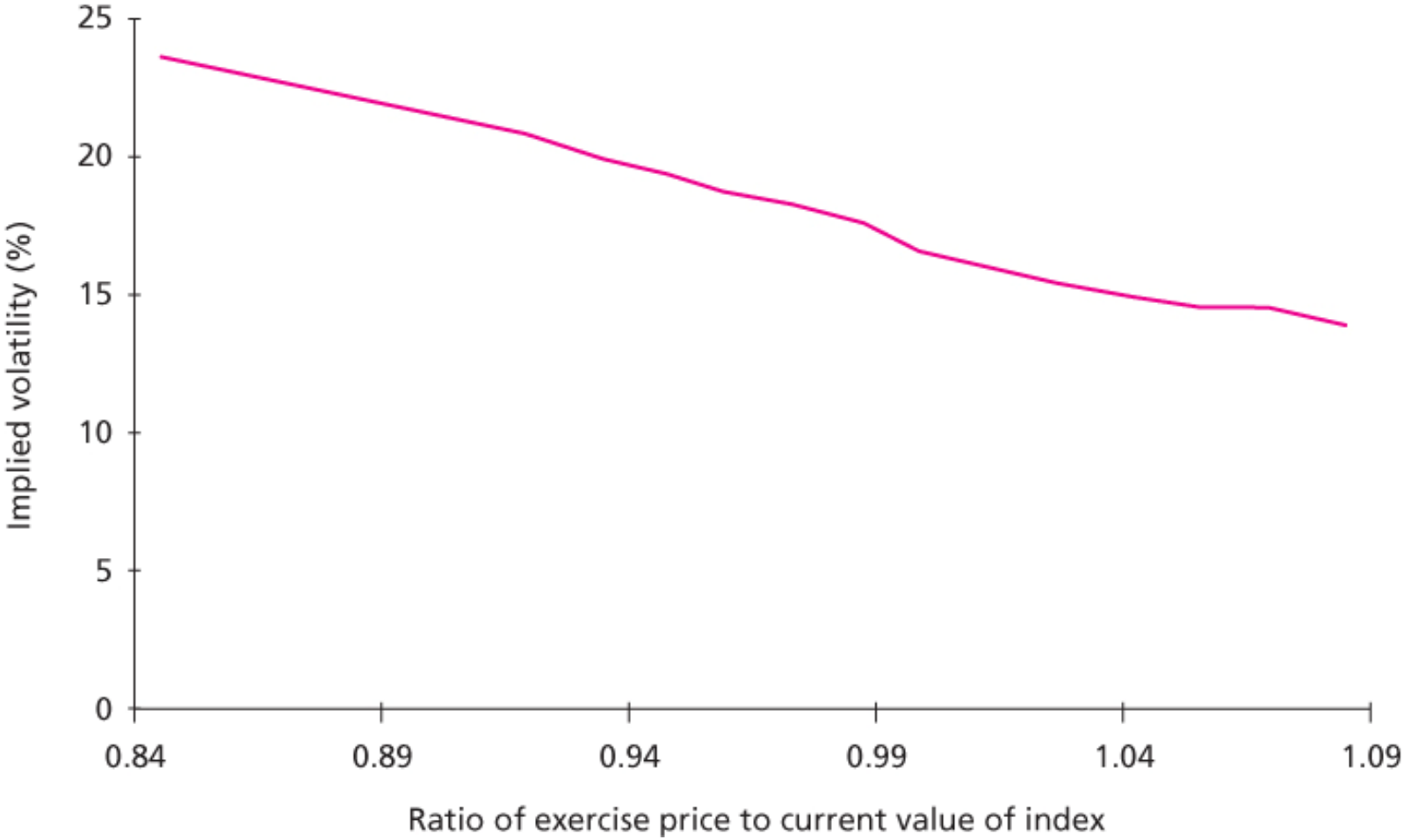
Grafik 15.7. Profit kod zaštitne put strategije



Grafik 15.8. Hedž racio se menja kako cena akcije fluktuira



Empirijski testovi za vrednovanje opcija Black-Scholes modelom

- Implicitna volatilnost varira sa strajk cenom
  - Niža strajk cena rezultuje višom procenom za vrednost opcije
  - Kada bi model bio kompletan, implicitna volatilnost bi trebalo da bude ista za različite strajk cene

Grafik 15.9. Implicitna volatilnost kao funkcija strajk cene