

**3. КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ**

1. Решити систем линеарних једначина:

$$\begin{array}{rcl} x + y - z & = & 2 \\ y & = & 1 \end{array}.$$

Решење:  $(x, y, z)$

2. Ранг матрице  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & -2 & -3 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  је

3. Израчунати:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-1 + 2^{\frac{5}{x}})(-5x) =$

4. Користећи Маклоренову формулу, апроксимирати дату функцију полиномом другог степена:  $f(x) = -\sin^4(2x)$ .

Решење:

5. Одредити интервале у којима функција расте, односно опада као и локалне екстремуме:  $f(x) = \sqrt[4]{x - x^2}$ .

Решење:

6. Одредити косе асимптоте функције:  $f(x) = \sqrt[4]{x - x^2}$ .

Решење:

7. Одредити интервале у којима је функција конвексна, односно конкавна и превојне тачке:  $f(x) = \sqrt[4]{x - x^2}$ .

Решење:

8. Израчунати:  $\int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{1 + \cos 2x}} =$

9. Израчунати:  $\int_e^{e^3} \frac{\ln x}{x} dx =$

10. Наћи екстремне вредности на сегменту  $[\frac{3}{2}, 5]$  функције  $f(x) = \ln(x^2 + 2x - 3)$ .

Решење:

11. Користећи диференцијал функције израчунати приближну вредност за  $(1,005)^{18} \approx$

3. КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

1. Решити систем линеарних једначина:

$$\begin{aligned} y &= 2 \\ x + y - z &= 6 \end{aligned}$$

Решење:  $(x, y, z)$

2. Ранг матрице  $\begin{pmatrix} 5 & -2 & 3 & 2 \\ -1 & -3 & 2 & 1 \\ -4 & 5 & -5 & -3 \\ 6 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  је

3. Израчунати:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(\sin 5x + 1)}{4x} =$

4. Користећи Маклоренову формулу, апроксимирати дату функцију полиномом другог степена:  $f(x) = \frac{x+3}{e^x}$ .

Решење:

5. Одредити интервале у којима функција расте, односно опада као и локалне екстремуме:  $f(x) = \frac{x+3}{e^{-x}}$ .

6. Одредити интервале у којима је функција конвексна, односно конкавна и превојне тачке:  $f(x) = \frac{x+3}{e^{-x}}$ .

Решење:

7. Одредити косе и вертикалне асимтоте функције:  $f(x) = \frac{x+3}{e^{-x}}$ .

Решење:

8. Израчунати:  $\int x \operatorname{arctg} x dx =$

9. Израчунати:  $\int_{\sqrt[3]{\ln 3}}^{\sqrt[3]{\ln 4}} 2x^2 e^{x^3} dx =$

10. Наћи екстремне вредности на сегменту  $[5 + e^{-2}, 9]$  функције  $f(x) = (x - 5) \ln^2(x - 5)$ .

Решење:

11. Користећи диференцијал функције израчунати  $(1, 014)^{14} =$

3. КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

1. Решити систем линеарних једначина:

$$\begin{aligned} x + y + z &= 6 \\ z &= 2 \end{aligned}$$

Решење:  $(x, y, z)$

2. Ранг матрице  $\begin{pmatrix} 0 & -2 & -4 & -6 \\ -2 & -1 & -3 & 2 \\ -2 & 3 & -7 & -4 \\ -2 & -1 & -15 & -16 \end{pmatrix}$  је

3. Израчунати:  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\cos x}{2x - \pi} =$

4. Користећи Маклоренову формулу, апроксимирати дату функцију полиномом другог степена:  $f(x) = \cos(e^{2x} - 1)$ .

Решење:

5. Одредити интервале у којима функција расте, односно опада као и локалне екстремуме:  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ .

Решење:

6. Одредити интервале у којима је функција конвексна, односно конкавна као и превојне тачке:  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ .

Решење:

7. Одредити вертикалне асимптоте функције:  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ .

Решење:

8. Израчунати:  $\int \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt[3]{x}} dx =$

9. Израчунати:  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (e^{-5x} - \sin(-3x)) dx =$

10. Наћи екстремне вредности на сегменту  $[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}]$  функције  $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$ .

Решење:

11. Користећи диференцијал функције израчунати  $(1,018)^{18} =$

**3. КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ**

1. Одредити ранг матрице система и ранг проширене матрице система линеарних једначина:

$$\begin{aligned} 2x - 3y + 4z &= -5 \\ -4x + 6y - 2z &= 10 \\ 6x - 9y + 12z &= 20 \end{aligned} .$$

Решење:

2. Израчунати први извод функције  $y = y(x)$  задате параметарски:  $y = t^2 + t$ ,  $x = \ln 2t + e$ .

Решење:

3. Израчунати:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x) - 3x + 4x^2}{x^2} =$

4. Апроксимирати функцију  $f(x) = (x-1)^3 - \cos 2x$  Маклореновим полиномом другог степена.

Решење:

5. Ако је  $x \in [0, 2]$ , одредити најмању вредност функције  $f(x) = \frac{4}{3}x^3 - 4x$

Решење:

6. Испитати понашање функције  $y = \frac{x^3}{x^2 + 2x + 2}$  кад  $x \rightarrow +\infty$ .

Решење:

7. Испитати монотонију и одредити локалне екстремне вредности функције:  $y = x + \frac{4}{x+2}$ .

Решење:

8. Испитати конвексност и одредити превојне тачке функције  $y = x + \frac{4}{x+2}$ .

Решење:

9. Израчунати:  $\int (4x-2)e^{2x} dx =$

10. Израчунати:  $\int_{e-3}^1 \left( 2x - \frac{1}{3+x} \right) dx =$

11. Ако је  $z(x, y) = y \sin x - \frac{4x}{y}$ , израчунати  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}(0, 2)$ .

Решење:

**3. КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ**

1. Решити систем линеарних једначина:

$$\begin{cases} x & = & 7 \\ y + z & = & 2 \end{cases}$$

Решење:  $(x, y, z)$

2. Ранг матрице  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 2 \\ -1 & -3 & -1 & -2 \\ 1 & -7 & -3 & 2 \\ 0 & -10 & -4 & 0 \end{pmatrix}$  је

3. Израчунати:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} + e^x + x^2}{5x} =$

4. Користећи Тејлорову формулу, апроксимирати дату функцију полиномом другог степена у околини тачке  $a = 2$ :  $f(x) = \ln(1 + e^{4-2x})$ .

Решење:

5. Одредити интервале у којима функција расте, односно опада као и локалне екстреме:  $f(x) = xe^{\frac{1}{x^2}}$ .

Решење:

6. Одредити интервале у којима је функција конвексна, односно конкавна као и превојне тачке:  $f(x) = xe^{\frac{1}{x^2}}$ .

Решење:

7. Одредити косе и вертикалне асимтоте функције:  $f(x) = xe^{\frac{1}{x^2}}$ .

Решење:

8. Израчунати:  $\int \frac{1}{2 + 3 \sin x} dx =$

9. Израчунати:  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\cos^2 x} dx =$

10. Одредити коефицијент правца тангенте криве  $y = \arcsin \frac{x-1}{2}$ , у тачки  $(1, 0)$ .

Решење:

11. Користећи диференцијал функције израчунати  $(1, 017)^{17} =$

3. КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

1. Решити систем линеарних једначина:

$$\begin{cases} y = 10 \\ x - z = 1 \end{cases}$$

Решење:  $(x, y, z)$

2. Ранг матрице  $\begin{pmatrix} -9 & -7 & 7 & 9 \\ 1 & 2 & 2 & -1 \\ 10 & 5 & -9 & -8 \\ 11 & 3 & -11 & -7 \end{pmatrix}$  је

3. Израчунати:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{5x} - 2}{3x} =$

4. Апроксимирати функцију  $f(x) = \frac{-(-x)^2}{e^{5-x}}$ , Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке  $a = 4$ .

Решење:

5. Одредити интервале у којима функција расте, односно опада као и локалне екстреме:  $f(x) = x^2 e^{\frac{1}{x}}$ .

Решење:

6. Одредити интервале у којима је функција конвексна, односно конкавна као и превојне тачке:  $f(x) = x^2 e^{\frac{1}{x}}$ .

Решење:

7. Одредити хоризонталне и вертикалне асимтоте функције:  $f(x) = x^2 e^{\frac{1}{x}}$ .

Решење:

8. Израчунати:  $\int \frac{\cos x}{2 + \cos x} dx =$

9. Израчунати:  $\int_2^3 (e^{-2x} + \sqrt[5]{x}) dx =$

10. Одредити угао који заклапа тангенте криве  $y = x^3$  са  $x$ -осом за  $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

Решење:

11. Ако  $x = -2e^{-3t}$  и  $y = \ln(t^3 + 3t - 2)$ , онда  $y'_x(1) =$

3. КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

1. Решити систем линеарних једначина:

$$\begin{array}{rcl} & & z = 7 \\ x - y & & = 1 \end{array}$$

Решење:  $(x, y, z)$

2. Ранг матрице  $\begin{pmatrix} 2 & 28 & -28 & -12 \\ 3 & 34 & -34 & -16 \\ 1 & 6 & -6 & -4 \\ 1 & 14 & -14 & -6 \end{pmatrix}$  је

3. Израчунати:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln\left(\frac{x-5}{x}\right)^{\frac{x}{6}} =$

4. Апроксимирати функцију  $f(x) = \frac{(-x)^2 - 5}{e^{5-x}}$ , Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке  $a = 5$ .

Решење:

5. Одредити интервале у којима функција расте, односно опада као и локалне екстреме:  $f(x) = \frac{1 - \ln x}{x}$ .

Решење:

6. Одредити интервале у којима је функција конвексна, односно конкавна као и превојне тачке:  $f(x) = \frac{1 - \ln x}{x}$ .

Решење:

7. Одредити вертикалне и хоризонталне асимптоте функције:  $f(x) = \frac{1 - \ln x}{x}$ .

Решење:

8. Израчунати:  $\int \frac{3}{x^2 - 2x + 3} dx =$

9. Израчунати:  $\int_2^3 (5^x - \sqrt[3]{(1-x)^2}) dx =$

10. Одредити угао који заклапа тангенте криве  $y = (-x)^3$  са  $x$ -осом за  $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

Решење:

11. Наћи први извод следеће имплицитно задате функције:  $F(x, y) = \arctg \frac{y}{x}$ .

Решење:

**3. КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ**

1. Израчунати ранг матрице  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ .
2. Одредити једначину тангенте на криву  $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{x}$  у тачки  $x = 1$ .
3. Нека је са  $3x^2 + 4x + y^3 - 4xy = 4$  задата једна диференцијабилна функција. Одредити  $y'_x$ .
4. Апроксимирати функцију  $f(x) = x - \ln(2x+1)$  Маклореновим полиномом другог степена.
5. Израчунати:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{2x^2} =$
6. Ред нуле  $x = 1$ , полинома  $P(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 3x + 2)$  је:
7. Скицирати график непрекидне функције  $y = f(x)$  која има ове особине:
 
$$f(5) = 0,$$

$$f'(0) = f'(3) = 0, f'(x) > 0 \text{ за } x \in (-\infty, 0) \text{ и } x \in (3, +\infty), f'(x) < 0 \text{ за } x \in (0, 3),$$

$$f''(1) = 0, f''(x) < 0 \text{ за } x \in (-\infty, 1), f''(x) > 0 \text{ за } x \in (1, +\infty).$$
8. Испитати понашање функције:  $f(x) = \sqrt{\frac{2x+4}{x-3}}$  на рубовима домена и на основу тога одредити асимптоте графика функције.
9. Израчунати  $\int (1-x)e^{2x} dx =$
10. Израчунати  $\int_0^{\frac{2}{3}} \frac{dx}{4+9x^2} =$
11. Наћи тотални диференцијал другог реда функције  $z(x, y) = x + x^2y + y^2 - y$  у тачки  $M(1, 0)$ .



**3. КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ**

1. Одредити вредност реалног параметра  $a$  тако да систем линеарних једнаčina има само тривијално решење:

$$\begin{aligned} x - y + 2z &= 0 \\ ax &= 0 \\ 5x + y - 2z &= 0 \end{aligned}$$

Решење:

2. Дана је функција  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} - e^{-x}$ . Израћунати  $df(-1) =$

3. Апроксимирајући прираштај функције њеним диференцијалом, одредити приближну вредност за  $e^{0,01}$ .

Решење:  $e^{0,01} \approx$

4. Апроксимирати функцију  $y = e^{x^2+1}$  Маклореновим полиномом другог степена.

Решење:  $e^{x^2+1} \approx$

5. Израћунати:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1 - \frac{1}{x})}{x} =$

6. Скицирати график функције и одредити  $f'(0)$  уколико постоји, за  $f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x^2, & x > 0 \end{cases}$

Решење:

7. Испитати понашање функције на рубовима домена (исписати граничне вредности) и на основу тога одредити асимптоте графика дате функције:  $y = 3x - 3 \ln x$ .

Решење:

8. Одредити интервале у којима функција  $y = 3x - 3 \ln x$  расте, односно опада, као и њене локалне екстремне вредности.

Решење:

9. Израћунати  $\int \frac{1}{1+2x^2} dx =$

10. Израћунати површину огранићену кривом  $y = x^3$ ,  $y$ -осом и правама  $y = 0$  и  $y = 8$ .

Решење:

11. За дату функцију  $z(x, y) = \frac{12x}{y} - \frac{y}{x}$ , одредити парцијалне изводе првог реда.

Решење: