

1

Kompanija „Pravimo skupa kola“ bavi se proizvodnjom luksuznih automobila. Bord direktora je rešio da krene u marketinšku kampanju. Njihova ciljna grupa su zaposlene osobe oba pola sa visokim primanjima. Nakon analize medija rešili su da reklame budu emitovane za vreme utakmica Lige šampiona i za vreme turskih serija. Procenjeno je da će svaku emitovanu reklamu za vreme turskih serija videti 3 miliona žena iz njihove ciljne grupe kao i milion muškaraca, dok će reklamu za vreme utakmica Lige šampiona videti 2 miliona žena sa visokim primanjima i 5 miliona muškaraca. Emitovanje jedne reklame za vreme turskih serija će kompaniju koštati 10 000 evra, odnosno 30 000 evra za vreme utakmice Lige šampiona. Cilj kompanije je da muška populacija pogleda reklamu barem 30 miliona puta i 35 miliona pripadnice ženskog pola. Postavite problem linearnog programiranja pomoću kojeg bi utvrdili kako će se i gde kompanija „Pravimo skupa kola“ reklamirati pazeći da to kompaniju košta što je manje moguće.

2

Porodična kompanija „Sve za dom“ proizvodi dva tipa nameštaja - stolove i stolice. Proizvodni proces za obe vrste nameštaja je veoma sličan i podrazumeva određeni broj sati rada u odeljenju za stolariju i u odeljenju za farbanje. Za proizvodnju jednog stola potrebno je tri sata rada u odeljenju za stolariju i 2 sata rada u odeljenju za farbanje. Sa druge strane, za proizvodnju jedne stolice potrebno je 4 sata rada u odeljenju za stolariju i sat vremena rada u odeljenju za farbanje. Tokom ovog meseca, kompaniji je na raspolaganju 2400 sati rada u odeljenju za stolariju i 1000 sati rada u odeljenju za farbanje. Marketinško odeljenje kompanije „Sve za dom“ procenilo je da je potrebno proizvesti najviše 450 stolica s obzirom na to da na zalihama postoji već određeni broj stolica. Situacija sa stolovima je obrnuta, odnosno stanje na zalihama je procenjeno kao nepovoljno s obzirom na procene buduće tražnje, pa je menadžment kompanije odlučio da je potrebno proizvesti barem 100 novih stolova. Takođe, procena je da će kompanija zaraditi na svakom stolu 7 dolara, a na svakoj stolici 5 dolara.

Formulisati problem linearnog programiranja kako bi kompanija „Sve za dom“ odredila optimalan proizvodni miks sa željom da maksimizira profit.

3.2

Za proslavu kraja semestra grupa studenata Ekonomskog fakulteta je rešila da napravi žurku za sve studente, verovatno u holu fakulteta. Pošto im je bilo dosta žurki na kojima svi piju pivo oni su kupili pića izlistana na sledećoj strani.

Rešili su da u ponudi bude samo 4 koktela: "Chauncey", "Slatki italijanski", Burbon sa ledom i "Ruski martini". "Chauncey" se sastoji od $\frac{1}{4}$ burbona, $\frac{1}{4}$ votke, $\frac{1}{4}$ brendija i $\frac{1}{4}$ vermuta. "Slatki italijanski" koktel sadrži $\frac{1}{4}$ brendija, $\frac{1}{2}$ vermuta i $\frac{1}{4}$ martinija. Burbon sa ledom sadrži samo burbon. Najzad, "ruski martini" se sastoji od $\frac{1}{4}$ martinija i $\frac{3}{4}$ votke. Radi lakše računice, svaki koktel sadrži 4 litra (očekuje se da žurka bude užasno dobro posećena).

Cilj studenata je da nađu takvu kombinaciju ovih sastojaka sa kojom se može napraviti najveći mogući broj koktela. Formulisati problem linearnog programiranja i objasniti značenje uvedenih promenljivih.

| PIĆE | KOLIČINA U LITRIMA |
|---------|-----------------------|
| Burbon | 52 |
| Brendi | 38 |
| Votka | 64 |
| Martini | 24 |
| Vermut | 36 |

3.1

Baka Ljubica je rešila da na vreme razmisli o kolačima koje će praviti za Petrovdan koji se ozbiljno približio. Izbor je pao na četiri vrste kolača, bajadere, čokoladne korpice, kinder kolač i štrudlu sa orasima (zbog svog unuka kojem je to omiljeni slatkiš). Kako ima ograničen budžet, njena penzija je 27.000 dinara, baka je sve morala dobro da isplanira i rešila je da, ako treba, potroši i celu penziju na kolače.

Unapred je kupila 4,5 kg oraha i 2 kg čokolade za kuvanje. Ostale sastojke je već imala kod kuće, te nije morala da ih nabavlja. Za 1 kg bajadera potrebno joj je 200 gr oraha, a za 1 kg čokoladnih korpica 50 gr oraha. Kada je reč o štrudli sa orasima, baka Ljubica računa da će joj za 1 kg štrudle biti neophodno 400 gr oraha. Za 1 kg bajadera, takođe, potrebno joj je 250 gr čokolade, a za 1 kg čokoladnih korpica potrebno joj je 200 gr čokolade. U kinder kolač ide 350 gr čokolade za kuvanje. Baka Ljubica je odlučila, znajući koliko njen unuk voli štrudlu, da napravi više štrudle (u kilogramima) od bajadera i čokoladnih korpica zajedno. Ona zna da njenu porodicu očekuje veliki broj gostiju pa je rešila da umesi najveću moguću ukupnu količinu kolača (u kilogramima).

Baka Ljubicin unuk upoznao se sa njenim željama, bio je veoma zadovoljan zbog toga što će štrudla dobiti zasluženi status, i rešio je da pomogne. Iskoristio je svoje znanje linearnog programiranja i odredio optimalan način na koji će baka Ljubica da proizvede najveću moguću količinu kolača.

4

Nakon što mu je dosadilo da sedi za stolom i bavi se papirologijom, radi za platu od 40 000 dinara od koje može samo da pokriva troškove, Miroslav je dao otkaz, napustio Beograd i otišao u Begejce da živi sa svojim rođacima. Znao je mu je deda u nasledstvo ostavio 75ha zemlje o kojoj se do tada brinuo njegov brat od strica, i on je shvatio da je došao trenutak da on preuzme brigu nad svojim delom zemljišta. Miroslav je rešio da iskoristi svoje znanje iz ekonomije i upotrebi ga u poljoprivredu na opšte iznenađenje svoje rodbine.

“Želim da ove godine zasadimo soju, kukuruz i pšenicu”, rekao je Miroslav za vreme jednog ručka. “Znamo da je zakonom propisano da je na najmanje 20% našeg zemljišta neophodno da bude zasejana pšenica. Potrebno nam je 2h da posejemo hektar kukuruza, 3h je neophodno za pšenicu i 4h za soju. Vreme setve ne može biti duže od 3 nedelje u kojima ćemo raditi po 12h

dnevno. Na osnovu trenutnih cena na tržištu očekujemo da ćemo po hektaru zasađenog kukuruza ostvariti prihod od 900 evra, za pšenicu dobijamo 800 evra, dok se kod soje očekuje prihod od 1200 evra. Pogledao sam podatke gazdinstva iz 2010. godine, na sejanje soje utrošilo se 400 evra (200 evra za repromaterijal i 200 za mašinske usluge). U slučaju kukuruza troškovi su 450 evra, a pšenice 400 evra”, nastavio je Miroslav svoj monolog. “Na osnovu ovoga jasno je šta nam je činiti, i kako ćemo maksimizirati naš profit!”

Napisati problem na osnovu kojeg je Miroslavu sve bilo jasno u trenutku kada je to objašnjavao svojoj rodbini.

5

Direktor jedne pošte je rešio da smanji broj zaposlenih kurira. Nakon što je imao uvid u obim poslova došao je do zaključka koliko mu je kurira neophodno za svaki dan u nedelji (u tabeli ispod). Pored toga, zbog ugovora sa sindikatom svi njegovi kuriri moraju da budu stalno zaposleni kao i da svaki zaposleni kurir mora da ima 5 uzastopnih radnih dana a nakon toga dva slobodna dana. Koliki je minimalni broj kurira koje direktor mora da ima pod ugovorom u svojoj pošti? Postavite problem linearnog programiranja pomoću kojeg bi došli do ovog broja.

Napomena: Ovaj zadatak uopšte nije jednostavan kako se na prvi pogled može učiniti. Ovakav problem se rešava metodom celobrojnog programiranja koja pored svih uslova linearnog programiranja zahteva da rešenja budu još i celobrojna (iz očiglednih razloga, odgovor 33,7 radnika nas nikako ne bi zadovoljio). Probajte da rešite ovaj zadatak korišćenjem softvera po želji.

| Dan u sedmici | Broj neophodnih kurira |
|----------------------|-------------------------------|
| Ponedeljak | 17 |
| Utorak | 13 |
| Sreda | 15 |
| Četvrtak | 19 |
| Petak | 14 |
| Subota | 16 |
| Nedelja | 11 |

6

Mile na Kalenić pijaci prodaje masline koje dobija iz Grčke. On saraduje sa tri preprodavca maslina iz okoline Soluna koji mu prodaju zelene, crne i zelene masline sa paprikom. Svaki od ta tri preprodavca prodaje sve tri vrste maslina i to u paketu od po 10kg. Paketi svakog preprodavca iz Grčke se razlikuju po procentu svake vrsta maslina u njima. Mile zna da je njemu potrebno bar 50kg zelenih, 30kg crnih i 40kg zelenih maslina sa paprikom. Procenti maslina u paketu preprodavaca kao i cena njihovih paketa dati su u tabeli. Postavite problem linearnog programiranja koji se nalazi pred Miletom ako on treba da odluči koliko paketa da kupuje od kog preprodavca uz želju da potroši minimalnu količinu novca. Koristeći softver po želji otkrijte od koga Mile treba da kupuje i u kojoj količini.

| | Cena po paketu | Zelene (u % pakovanja) | Crne (u % pakovanja) | Zelene sa paprikom (u % pakovanja) |
|---------------|-------------------|------------------------------|----------------------------|--|
| Preprodavac 1 | 25 | 40 | 40 | 20 |
| Preprodavac 2 | 20 | 30 | 35 | 35 |
| Preprodavac 3 | 18 | 20 | 20 | 60 |

7

Kompanija za istraživanje tržišta želi da napravi telefonsku kampanju i neophodno je da kontaktira 150 udatih žena, 120 oženjenih muškaraca, 110 neudatih žena i 100 neoženjenih muškaraca. Oni će to raditi u dva termina – jutarnjem i večernjem. Kompaniju jutarnji poziv košta 100 dinara a večernji 400 (zbog skuplje cene rada). U tabeli ispod je izlistan udeo svake ciljne grupe koje teleoperateri dobijaju u zavisnosti od termina poziva. Kako uveće ne radi veliki broj teleoperatera najviše polovina svih poziva može biti obavljena u noćnom terminu. Formulшите problem linearnog programiranja pomoću kojeg će ova kompanija minimizirati troškove ove telefonske kampanje.

| Ciljna grupa | Dnevni pozivi | Noćni pozivi |
|-----------------------------|---------------|--------------|
| Udate žene | 30 | 30 |
| Oženjeni muškarci | 10 | 30 |
| Neudate žene | 10 | 15 |
| Neoženjeni muškarci | 10 | 20 |
| Niko se nije javio na poziv | 40 | 5 |

8

Tokom sledećih četvoročasovnih perioda u centru grada je neophodan određen broj policajaca da patrolira (tabela ispod). Svaki policajac radi dve uzastopne četvoročasovne smene. Formulirati problem linearnog programiranja pomoću kojeg ćemo minimizirati broj policajaca koji će patrolirati centrom grada, naravno, uz uslov da u svakom vremenskom periodu imamo neophodan broj policajaca na ulici.

| Vreme | Broj policajaca neophodnih na ulici |
|----------------------|-------------------------------------|
| 00:00 – 04:00 | 8 |
| 04:00 – 08:00 | 7 |
| 08:00 – 12:00 | 6 |
| 12:00 – 16:00 | 6 |
| 16:00 – 20:00 | 5 |
| 20:00 – 24:00 | 4 |

9

Cena reklame na radio stanici *AS* je 2000 dinara u prepodnevnom satima odnosno 6000 u poslepodnevnom satima. Cena TV reklame na televizijskoj stanici *STUDIO X* je 8000 dinara u prepodnevnom satima odnosno 16000 dinara u poslepodnevnom satima. Jedno emitovanje radio reklame u jutarnjim časovima čuje 60 građana, dok TV reklamu u jutarnjim časovima pogleda 100 građana. Sa druge strane, 120 građana čuje radio reklamu emitovanu u poslepodnevnom satima, dok u poslepodnevnom terminima TV reklamu pogleda 180 građana.

Za potrebe političke kampanje Građanska partija je napravila strategiju po kojoj bar njih 30000 treba da čuje radio spot odnosno njen TV spot treba da vidi bar 40000 građana. Pri tom ukupan broj reklama (radio+TV) ne sme da bude veći od 500 jer se vodi računa da stranka ne bude preterano zastupljena u medijima. Pretpostaviti da svaki naredni spot vide (čuju) građani koji ga do tada nisu videli (čuli).

a) Objasniti značenje promenljivih u modelu.

b) Postaviti problem kojim se definiše optimalna reklamna kampanja koja će dati minimalne reklamne troškove uz data ograničenja.

10

Investitor ima mogućnost da uloži svojih 100 hiljada dinara u pet hartija od vrednosti: AAA, BBB, CCC, DDD i EEE. Očekivani godišnji prinosi na date hartije su: 6%, 7%, 9%, 10.5% odnosno 13% respektivno. Nakon izvršene analize rizika on je odabrao sledeću strategiju investiranja: najmanje 10% a najviše 25% vrednosti portfolija činiće hartije DDD i EEE zajedno kao najrizičnije, najmanje 30% vrednosti portfolija činiće hartija AAA kao najsigurnija a u hartije BBB i DDD zajedno uložiće bar 4 puta više nego u hartiju CCC. Postaviti problem i objasniti značenje promenljivih i ograničenja u modelu imajući u vidu da regulator (Narodna banka) ne dozvoljava da ulog u bilo koju hartiju pojedinačno bude veći od 40% raspoloživih sredstava!

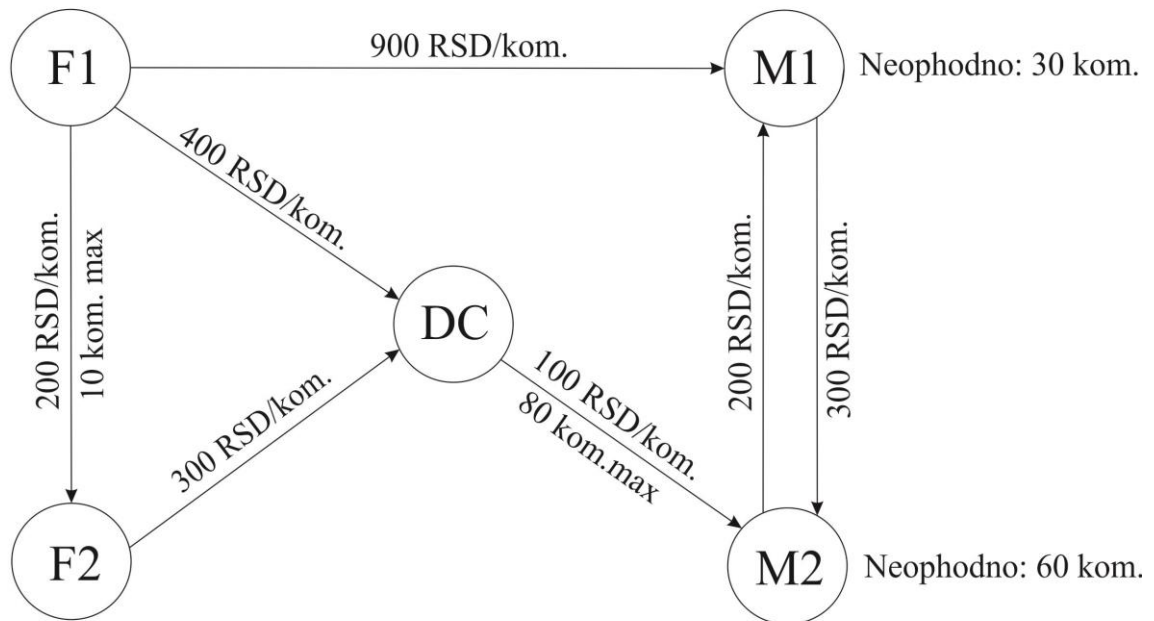
11

Minimum cost-flow problem

Preduzeće "Distribution flow" proizvodi svoj novi proizvod u dve različite fabrike. Nakon završene proizvodnje proizvod se prevozi u dva magacina, gde se iz obe fabrike proizvodi mogu prebaciti u bilo koji magacin. Distribuciona mreža kompanije prikazana je na dijagramu ispod, gde su sa F1 i F2 obeležene fabrike, magacini sa M1 i M2 a DC predstavlja distributivni centar preko kojeg se proizvod, takođe, može transportovati iz fabrika do magacina. Svaka strelica predstavlja moguću transportnu rutu. Na dijagramu su takođe prikazani troškovi prevoza jedne jedinice proizvoda za svaku dostupnu transportnu rutu. Pored toga, prikazana su i restrikcije vezane za prevoz iz prve u drugu fabriku (maksimalno 10 jedinica proizvoda) kao i iz distributivnog centra u magacin 2 (maksimalno 80 jedinica proizvoda). Vidimo ujedno koliko je proizvoda trenutno neophodno u oba magacina kao i koliko komada proizvoda je dostupno trenutno u svakoj fabrici.

Imajući ove podatke u vidu, menadžment kompanije je rešio da prebaci neophodni proizvod u svoja skladišta i oni to žele da urade sa što je moguće manjim troškovima.

Proizvodnja: 50 kom.



Proizvodnja: 40 kom.

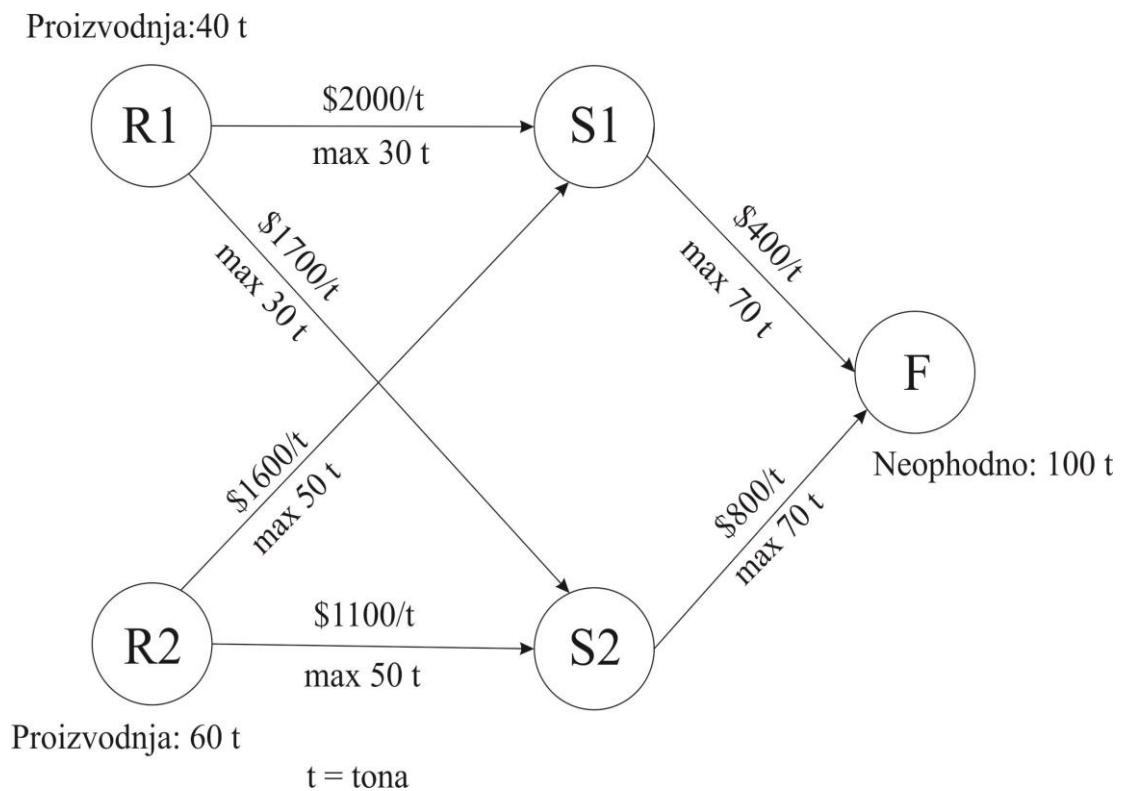
12

Minimum cost-flow problem 2

Kompanija "Steelworks" trenutno poseduje dva rudnika u kojima se iskopava ruda gvožđa (R1 i R2). Ruda gvožđa se transportuje u jedan od dva skladišta koja kompanija poseduje (S1 i S2). Kompanija u svom vlasništvu takođe ima i fabriku za obradu gvožđa. Ruda se po potrebi prevozi iz oba skladišta do fabrike kada je neophodno. Dijagram prikazuje distribucionu mrežu, gde smo sa F obeležili fabriku za obradu gvožđa.

Na dijagramu takođe možemo da uočimo mesečna iskopavanja u oba rudnika, mesečne potrebe fabrike kao i troškove prevoza na svakom čvoru distribucione mreže kao i kapacitete prevoza usled postojećih logističkih ograničenja.

Menadžment kompanije "Steelworks" želi da odredi plan transporta rude gvožđa od rudnika preko skladišta do fabrike tako da to kompaniju košta što je manje moguće.



13

Računarski centar fakulteta zahteva konstantno održavanje i rešavanje osnovnih problema na mreži ako se za to ukaže potreba. Zbog toga je tokom celokupnog radnog vremena fakulteta (8:00 - 22:00) neophodna jedna osoba koja će nadzirati sistem i intervenisati ako se za to ukaže potreba.

Početak je semestra, i vreme je da rukovodstvo fakulteta napravi raspodelu kada će koji od zaposlenih raditi na održavanju mreže. Preko studentske zadruge zaposlili su četiri studenta osnovnih studija sa raznih tehničkih fakulteta na univerzitetu (Aleksa, Bane, Marijan, Nikola), kao i dva diplomirana studenta koji trenutno pohađaju nastavu na master i doktorskim studijama (Petar, Rajko). Zbog razlike u trenutnoj godini studija kao i samom nivou obrazovanja, plate zaposlenih se razlikuju. Cena rada po satu prikazana je u tabeli ispod. Takođe, svaki od zaposlenih je odredio broj radnih sati za svaki dan koji su spremni da rade a koji im se uklapaju u obaveze na njihovim fakultetima.

| | | Maksimalno radno vreme koje je student spreman da radi | | | | |
|------------|-----------------|--|--------|-------|----------|-------|
| Student | Plata (po satu) | Ponedeljak | Utorak | Sreda | Četvrtak | Petak |
| Aleksa P. | 100 RSD/h | 6 | 0 | 6 | 0 | 6 |
| Bane V. | 110 RSD/h | 0 | 6 | 0 | 6 | 0 |
| Marijan R. | 90 RSD/h | 4 | 8 | 4 | 0 | 4 |
| Nikola U. | 95 RSD/h | 5 | 5 | 5 | 0 | 5 |
| Petar T. | 130 RSD/h | 3 | 0 | 3 | 8 | 8 |
| Rajko N. | 125 RSD/h | 0 | 4 | 0 | 6 | 2 |

Svakom zaposlenom je garantovano određeno radno vreme na nedeljnom nivou, tako da studenti osnovnih studija znaju da će na nedeljnom nivou raditi najmanje 7 sati nedeljno, a studenti sa diplomom osnovnih studija će raditi barem 8 sati nedeljno.

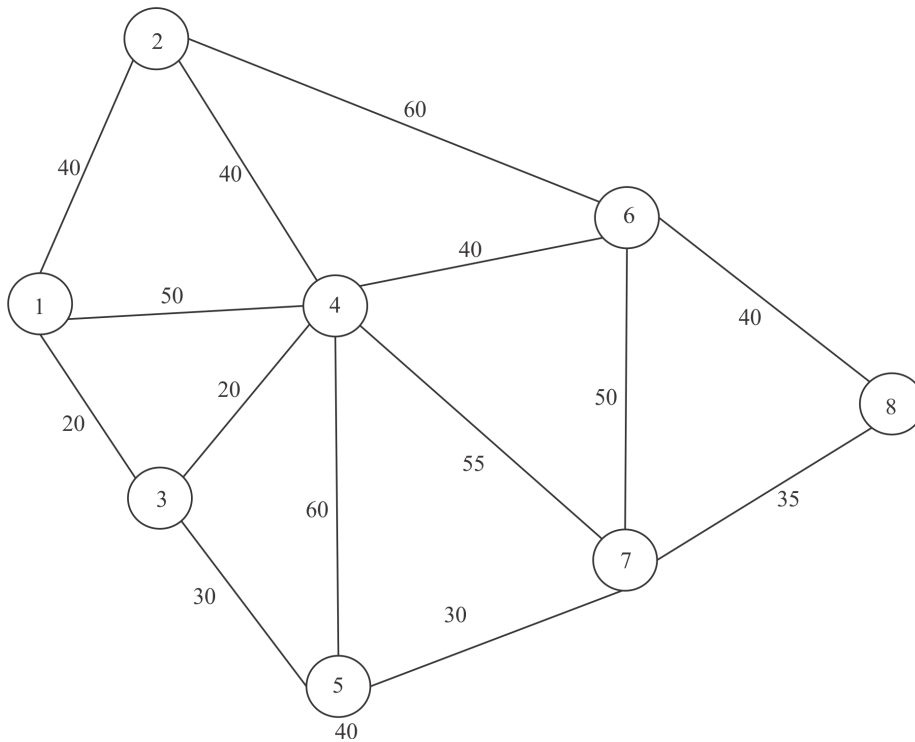
U svakom trenutku neophodno je da radi tačno jedan zaposleni. Subotom i nedeljom računarski centar je zatvoren tako da niko od zaposlenih ne mora da radi.

Uprava fakulteta želi da odredi optimalan raspored radnika, tako da se zna koji radnik radi koliko sati svakoga dana i da raspored bude u skladu sa željama zaposlenih i da ujedno minimizira troškove.

Problem najkraćeg puta

14

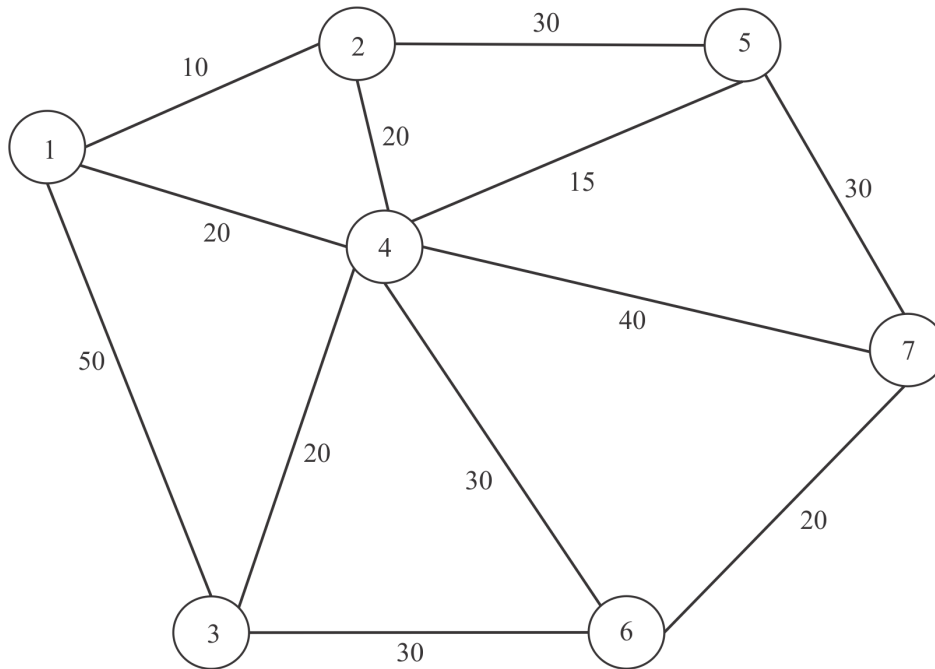
Rastojanja između gradova prikazana su mrežnim modelom na slici ispod. Odrediti problem linearnog programiranja kojim ćemo utvrditi koliko iznosi najkraći put od grada 1 do svih preostalih gradova. Rastojanja između gradova takođe su prikazana na slici.



15

Kompanija analizira najjeftinije načina transporta svoje robe iz distributivnog centra u svoja prodajna mesta. Distributivni centar označen je kao čvor 1 na slici ispod, dok su prodajna mesta predstavljena čvorovima 2-7.

Postaviti problem linearnog programiranja pomoću kojeg se može izračunati najkraći put od distributivnog centra do prodajnog mesta označenog kao čvor 6.



Pitanja sa intervjuja za posao u velikim svetskim kompanijama

Pitanja koja slede su pitanja kojima su kandidatima postavljana u raznim velikim kompanijama kao sastavni deo konkurisanja na radno mesto. Većina njih je veoma poznata i ovakva pitanja se redovno postavljaju kandidatima na razgovoru. Naravno, nijedno od ovih pitanja se neće obrađivati na času, ideja je da se ovde upoznate sa načinom razmišljanja koji se danas očekuje od kandidata u većini velikih kompanija.

1

Koliki ugao grade kazaljke na satu u 3:15h?

2 (Ovakvo pitanje biste mogli čuti u intervjuu za posao na Wall Street-u)

Vi i vaš komšija planirate da organizujete prodaju istog artikla (jedan takav artikal imate vi a jedan komšija) u vašim dvorištima. Vi planirate da ga prodate za 10 000 dinara, dok vas je komšija obavestio da on planira da svoj proda za 4000 dinara. Smatramo da su artikli jednakog kvaliteta. Šta ćete vi onda uraditi, imajući u vidu da se sa komšijom poznajete samo ovlaš i da on nije neko koga smatrate prijateljem.

3

Dva zeca, Brzi i Brži trkaju se na 100 metara. Brži je pobedio. Onog trenutka kada je Brži prešao ciljnu liniju Brzi je prešao 90 metara. Rešili su da se još jednom trkaju, ali sada Brži treba da pređe 110 metara, a Brzi 100. Ko će sada pobediti?

4 (Goldman Sachs)

Šta je veće e^π ili π^e ?

5 (Google, Microsoft)

Igrate fudbal na pustom ostrvu i želite da bacite novčić kako bi odredili čija je lopta. Nažalost, jedini novčić na ostrvu je ozbiljno oštećen pa glava i pismo ne padaju sa istom verovatnoćom. Kako ćete uz pomoć ovog novčića doneti fer odluku?

6

Da li povratni let avionom (iz mesta A u mesto B i nazad) traje duže, kraće ili isto ako duva vetar?