Investicioni portfolio

Očekivani prinos i rizik pojedinačnog finansijskog instrumenta

- Iz distribucije verovatnoća izvodimo očekivani prinos i rizik investicije
- **Očekivani prinos** instrumenta jeste prosečan prinos i predstavlja srednju vrednost distribucije prinosa

$$\mathbf{E(r)} = \sum_{I=1}^{n} \mathbf{Pr_i r_i}$$

- Očekivani prinos se razlikuje od stvarnog prinosa usled prisustva rizika. Mera tog odstupanja jeste **varijansa=** očekivana vrednost kvadrata odstupanja od srednje vrednosti

$$\sigma^2(\mathbf{r}) = \sum_{I=1}^{n} \mathbf{Pr_i}\,(\mathbf{r_i} - \mathbf{E(r)})^2$$

- Kada su prinosi približno **normalno raspoređeni**, standardna devijacija je prava mera rizika!

Primer

Stanje u privredi	r_i	P_i
Ekspanzija	44%	0,35
Normalno	14%	0,30
Recesija	-16%	0,35
Očekivani prinos-E(r)=? **Varijansa- $\sigma^2(r)$=?** **St. Devijacija- σ=?**		

Rešenje

Stanje u privredi	r_i	P_i	r_i*P_i	r_i-E(r)	$(r_i-E(r))^2*P_i$
Ekspanzija	44%	0,35	0,154	0,30	0,0315
Normalno	14%	0,30	0,042	0	0
Recesija	-16%	0,35	-0,056	-0,30	0,0315
Očekivani prinos-E(r) Varijansa- σ^2(r) St. Devijacija- σ			0,14*100 =14%		 0,063 0,25*100= 25,1%

Portfolio

- **Portfolio** predstavlja skup finansijskih instrumenata i drugih aktiva u koje investitor ulaže raspoloživa finansijska sredstva.
- **Tržišni portfolio** jeste teorijski, vrednosno ponderisani portfolio koji sadrži procentualno jednak udeo u tržišnoj vrednosti svake rizične aktive na međunarodnom nivou.
- Aproksimira se tržišnim indeksom velike obuhvatnosti.

Očekivana stopa prinosa portfolija

- Iznos uložen u svaku HoV je važan. To je % ukupne vrednosti portfolija uložen u svaku HoV u portfoliju – portfolio ponder.

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(R_i)$$

$$E(R_p) = w_1 E(R_1) + w_2 E(R_2) + \ldots.. + w_n E(R_n)$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

- E (R_p) je očekivani prinos portfolija, W_i je portfolio ponder za HoV ***i***, a E (R_i) je očekivani prinos HoV ***i***.
- Očekivani prinos portfolija je jednak ponderisanom proseku prinosa na pojedinačne HoV u portfoliju.

Primer

- Investitor raspolaže ukupnim bogatstvom od 10.000 dinara. Odlučuje da formira portfolio od dve HoV i da uloži 7.000 dinara u akciju A čiji je očekivani prinos 18% i 3.000 dinara u akciju B čiji je očekivani prinos 12%. Koliki je očekivani prinos portfolija?

(7.000/10.000)*0,18 + (3.000/10.000)*0,12 = 0,162 =16,2%

- **Očekivana stopa prinosa portfolija se nalazi između ekstremnih vrednosti - najviše i najniže očekivane stope prinosa pojedinačnih HoV (pod uslovom da nema prodaje na kratko)**

Rizik portfolija sa dve HoV

- Zavisi od stepena **korelacije** prinosa HoV u portfoliju.

$$\sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\sigma_1\sigma_2\rho_{1,2}$$

$$\mathrm{Cov}(r_1,r_2)=\sigma_{1,2}= \rho_{1,2}\ \sigma_1\sigma_2$$

$$\rho_{1,2} = \frac{\mathrm{cov}(r_1, r_2)}{\sigma_1 \times \sigma_2}$$

$\sigma 1^2$ i $\sigma 2^2$ su varijanse HoV 1 i 2, a $\rho_{1,2}$ jeste koeficijent korelacije između prinosa 1. i 2. HoV

Rizik portfolija sa više HoV

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{i,j} \quad , \mathbf{i \neq j}$$

1							
2							
3							
4							
5							
6							
N							
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**N**

Osenčena polja= Varijanse = N

Ostala polja = Kovarijanse= N(N-1)

Varijansa Portfolija = Suma svih polja

PRIMER

Pretpostavimo da Akcija 1 ima standardnu devijaciju 8%, a Akcija 2 standardnu devijaciju 12%. Kovarijansa između njih je 0,0028. Kolika je vrednost koeficijenta korelacije? Kolika je standardna devijacija portfolija sačinjenog od ove dve akcije ako učešće 1. iznosi 60% vrednosti portfolija, a ostatak je uložen u drugu akciju?

$$\rho_{1,2} = \frac{Cov_{1,2}}{\sigma_1 \times \sigma_2} = \frac{0,0028}{0,08 \times 0,12} = 0,3$$

$$\sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1 w_2 Cov(r_1, r_2) =$$

$$= 0,6^2 \times 0,08^2 + 0,4^2 \times 0,12^2 + 2 \times 0,6 \times 0,4 \times 0,0028 = 0,005952$$

$$\sigma_p = 0,077 \times 100 = 7,7\%$$

Portfolio 2 HoV kod koga je koeficijent korelacije prinosa hartija manji od 1, će po pravilu imati standardnu devijaciju manju od ponderisanog proseka standardnih devijacija te dve hartije.

Smanjenje rizika kroz nižu korelaciju/kovarijansu prinosa HoV

σ_1=5%, σ_2=8%, Cov=$\sigma_{1,2}$= -0,0003. Nađimo varijansu i standardnu devijaciju sledećih portfolija:

10% u 1 *90%* u 2

80% u 1 *20%* u 2

40% u 1 *60%* u 2

$$\sigma_p^2 = 0.1^2\sigma_1^2 + 0.9^2\sigma_2^2 + 2\times 0.1\times 0.9\sigma_{1,2} = 0{,}005155,\ \sigma_p = 7{,}18\%$$

$$\sigma_p^2 = 0.8^2\sigma_1^2 + 0.2^2\sigma_2^2 + 2\times 0.8\times 0.2\sigma_{1,2} = 0{,}00176,\ \sigma_p = 4{,}19\%$$

$$\sigma_p^2 = 0.4^2\sigma_1^2 + 0.6^2\sigma_2^2 + 2\times 0.4\times 0.6\sigma_{1,2} = 0{,}00256,\ \sigma_p = 5{,}06\%$$

Diversifikacija

- **Diversifikacija dovodi do smanjenja ukupnog rizika investicije, tj. portfolija**
- Ovaj cilj je moguće postići na dva načina:

1. Uključivanjem HoV u portfolio koje se odlikuju niskom, idealno negativnom korelacijom
2. Uključivanjem velikog broja HoV u portfolio

Perfektna pozitivna korelacija prinosa HoV i redukcija rizika

- $\boldsymbol{\rho_{1,2}=+1}$
- Varijansa portfolija sa perfektno pozitivno korelisanim prinosima dve HoV:

$$\sigma_p^2 = w_1^2\,\sigma_1^2 + w_2^2\,\sigma_2^2 + 2w_1w_2\rho_{1,2}\,\sigma_1\,\sigma_2$$

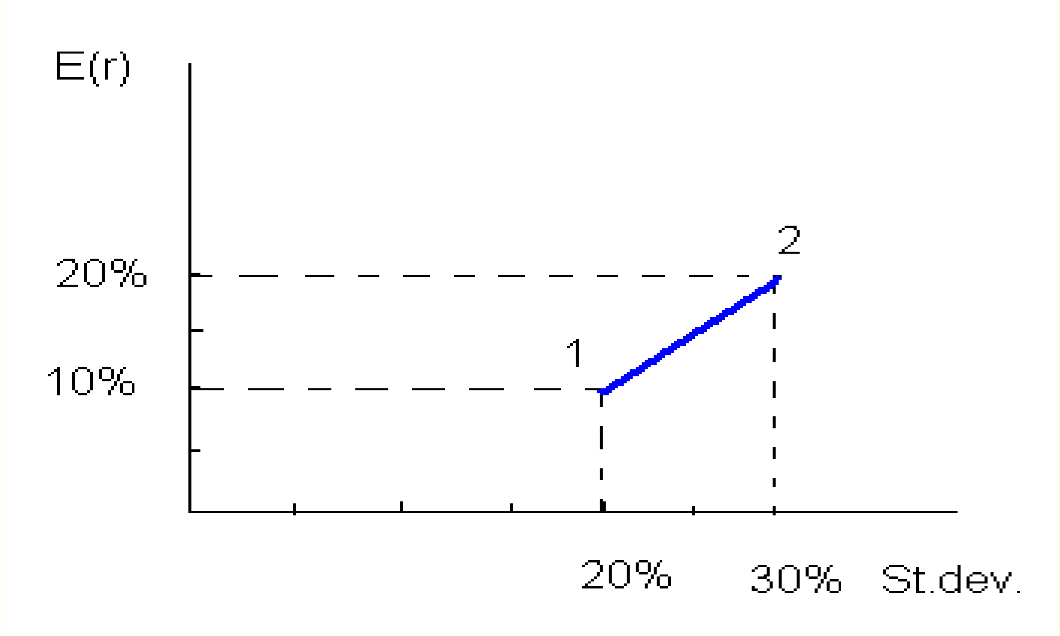
$$\sigma_p^2 = w_1^2\,\sigma_1^2 + w_2^2\,\sigma_2^2 + 2w_1w_2\sigma_1\,\sigma_2$$

$$\sigma_p^2 = [\,w_1\,\sigma_1 + w_2\,\sigma_2]^2$$

- U ovom slučaju standardna devijacija porfolija je jednaka ponderisanom proseku standardnih devijacija prinosa pojedinačnih HoV- **nema redukcije rizika!**

Perfektna pozitivna korelacija prinosa HoV i redukcija rizika

- Rizik portfolija je linearna kombinacija rizika HoV
- Primer: Razmotrimo Akciju 1 sa $E(r_1)=10\%$ i $\sigma_1=20\%$, i Akciju 2 sa $E(r_2)=20\%$ i $\sigma_2=30\%$.



Perfektna negativna korelacija prinosa HoV i redukcija rizika

- **$\rho_{1,2}$=-1**
- Varijansa portfolija sa perfektno negativno korelisanim prinosima dve HoV:

$$\sigma_p^2 = w_1^2\, \sigma_1^2 + w_2^2\, \sigma_2^2 + 2w_1w_2\rho_{1,2}\, \sigma_1\, \sigma_2$$

$$\sigma_p^2 = w_1^2\, \sigma_1^2 + w_2^2\, \sigma_2^2 - 2w_1w_2\sigma_1\, \sigma_2$$

$$\sigma_p^2 =[\, w_1\, \sigma_1 - w_2\, \sigma_2]^2$$

- Kada su Hov perfektno negativno korelisane moguće je odrediti pondere za ulaganje u obe HoV kako bi se dobio portfolio sa varijansom=0.

Perfektna negativna korelacija prinosa HoV i redukcija rizika

$\sigma_p^2 = [\, w_1 \sigma_1 - w_2 \sigma_2]^2 = 0$

Ako pretpostavimo standardne devijacije HoV od 20% i 30%, a očekivane prinose od 10% i 20 %:

$w_1 * 0,20 - (1 - w_1) * 0,30 = 0$

$0,20 w_1 - 0,30 + 0,30 w_1 = 0$

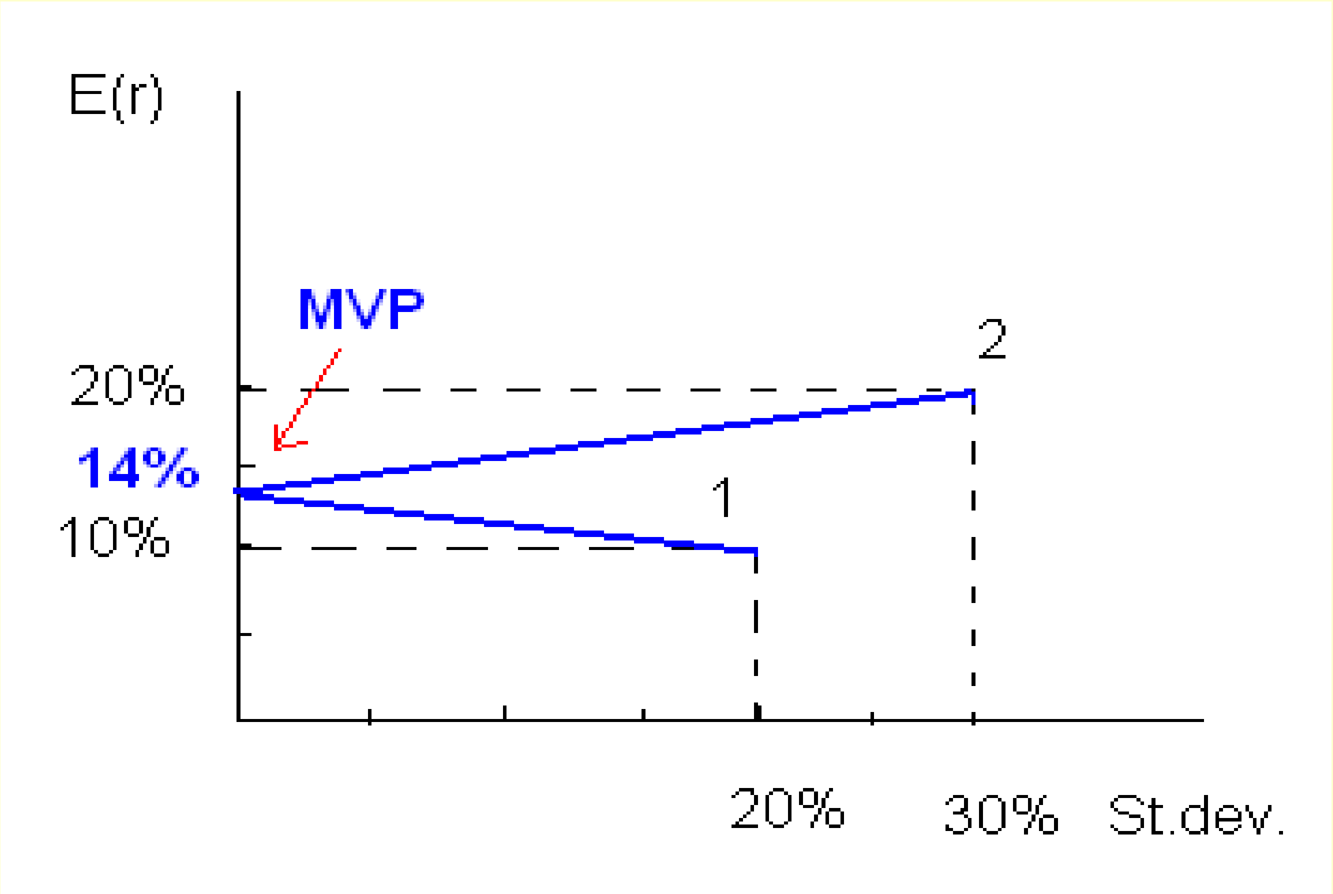
$0,50 w_1 = 0,30$

$w_1 = 0,6$

$w_2 = 1 - w_1 = 0,4$

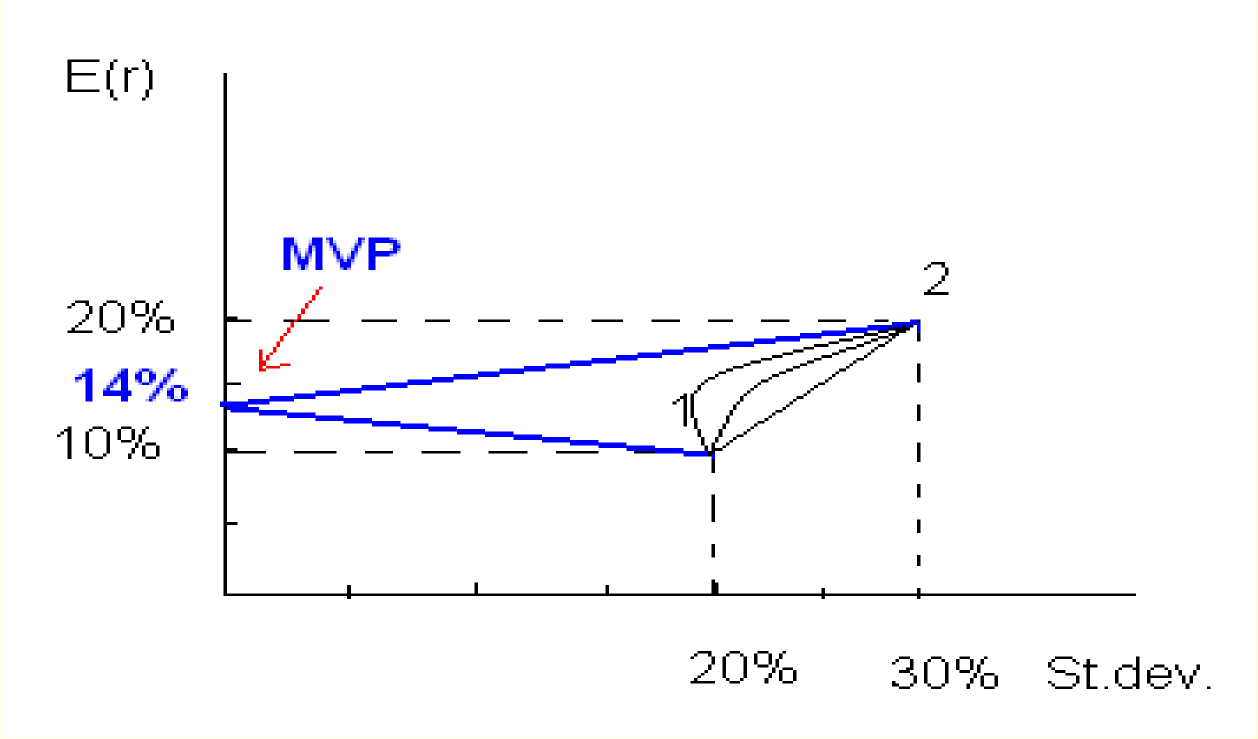
- Ako primenimo dobijene pondere za izračunavanje očekivanog prinosa portfolija:
- $E(Rp) = 0,6*0,10 + 0,4*0,20 = 0,14*100 = 14\%$

Minimum-varijansni portfolio

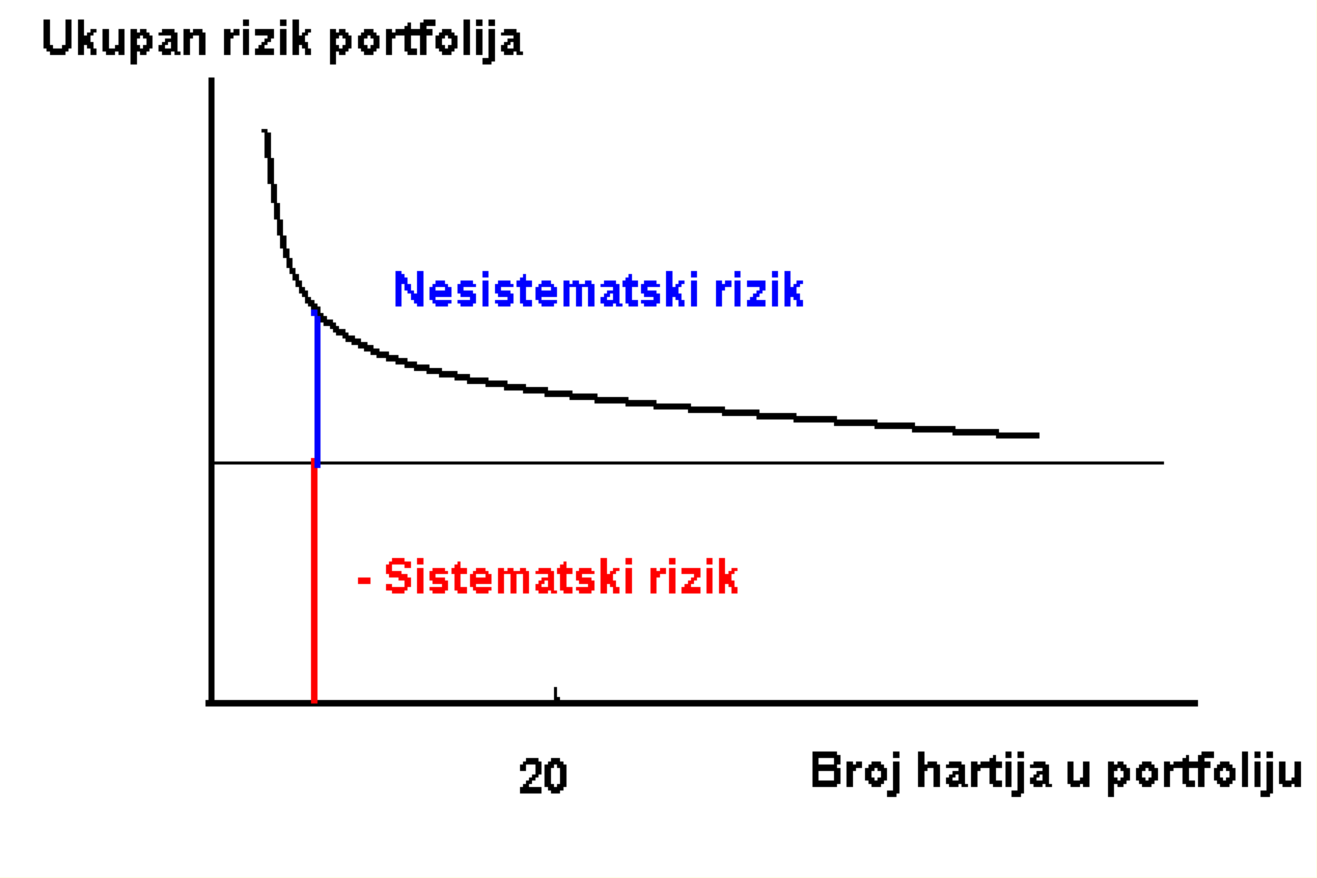


Nulta korelacija ($\rho_{1,2}$=0) i srednja pozitivna korelacija ($\rho_{1,2}$=0,5)

- U stvarnosti, svi portfoliji nastali kombinacijom HoV 1 i 2 će se nalaziti na konkavnoj krivoj liniji koja povezuje te dve hartije.



- **Ukupan rizik=sistematski+nesistematski**
- Diversifikacija smanjuje **nesistematsku** komponentu ukupnog rizika!



Za idući čas:

Akcija	σ	Koeficijenti korelacije:		
		A	B	C
A	12%	1	-1	0,20
B	15%	-1	1	0,6
C	10%	0,2	0,60	1

1)Ako se portfolio sastoji od 30% ulaganja u akciju A i 70% u akciju C, kolika je standardna devijacija portfolija?

2) Ako se portfolio sastoji od 30% ulaganja u akciju A, 30% u akciju B i 40% u akciju C, kolika je standardna devijacija portfolija?

3) Kreirajte portfolio od akcija A i B tako da dobijete standardnu devijaciju portfolija koja je jednaka 0. Koji ponderi akcije A i B zadovoljavaju taj zahtev?

ZADATAK PREDATI NA ČASOVIMA VEŽBI